



ARTICULO DE INVESTIGACIÓN ORIGINAL

Fecha de presentación: 9-12-2019 Fecha de aceptación: 16-3-2020 Fecha de publicación: 3-03-2021

PROCEDIMIENTO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD “CALCULAR AMPLITUDES DE ÁNGULOS” EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

A TEACHING STRATEGY TO DEVELOP THE SKILL "TO CALCULATE THE SIZE OF ANGLES" IN SEVENTH GRADE STUDENTS

Andel Pérez-González¹, Yosvani Iznaga-Rojas², Ana Teresa Garriga-González³

¹ Dr. C. Profesor Titular. Profesor de Didáctica de la Matemática del Departamento de Matemática. Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”. Cuba. Correo: andelperezgonzalez16@gmail.com, apgonzalez@uniss.edu.cu ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4435-4030>. ² Lic. Profesor de Matemática. Escuela Pedagógica “Rafael María de Mendive”, Sancti Spíritus, Cuba. Correo: yiznaga@efmp.ss.rimed.cu. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0989-1968>. ³ Máster en Ciencias de la Educación. Profesora Auxiliar del departamento de Matemática-Física de la Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7722-4606>

¿Cómo citar este artículo?

Pérez González, A., Iznaga Rojas, Y. y Garriga González, A. T. (marzo-junio, 2021). Procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” en estudiantes de séptimo grado. *Pedagogía y Sociedad*, 24 (60), 190-209. Recuperado de <http://revistas.uniss.edu.cu/index.php/pedagogia-y-sociedad/article/view/1022>

RESUMEN

Introducción: El artículo presenta el cálculo de amplitudes de ángulos, como una de las habilidades matemáticas a lograr en los estudiantes de séptimo grado y en tal sentido, brinda una respuesta a la

contradicción que existe entre las exigencias planteadas para el desarrollo de la habilidad correspondiente y los niveles de desarrollo que se alcanzan en la práctica. **Objetivo:** ofrecer un

procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad "calcular amplitudes de ángulos" en los estudiantes de séptimo grado.

Métodos: se utilizaron métodos teóricos que permitieron profundizar en las características del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en particular, de la geometría y del proceso de desarrollo de una habilidad. También, se emplearon métodos empíricos para conocer los resultados que se obtienen al utilizar el procedimiento en la práctica pedagógica. **Resultado:** se ofrece un procedimiento didáctico, que permite orientar el trabajo planificado de los estudiantes durante la solución de ejercicios y problemas de cálculo de amplitudes de ángulos. **Conclusiones:** su aplicación en la práctica evidenció resultados favorables en el nivel de desarrollo de la habilidad "calcular amplitudes de ángulos" en los estudiantes que formaron parte de la investigación.

Palabras clave: amplitudes de ángulos; geometría; habilidad; matemática; procedimiento didáctico; proceso de enseñanza-aprendizaje.

ABSTRACT

The article presents calculating the

size of angles as one of the mathematical skills to develop in seventh grade students. Accordingly, it offers an answer to the existing contradiction between the requirements to develop the skill and the level attained in practice.

Objective: to offer a teaching strategy for the development of the skill "to calculate the size of angles" in seventh grade students.

Methodology: Theoretical methods were used to thoroughly address the characteristics of the Mathematics teaching-learning process, specifically geometry and the skill development process. In addition, empirical methods allowed to analyze the results of the implementation of the teaching strategy. **Results:** A teaching strategy to guide the students' performance when solving mathematical problems about calculating the size of angles.

Conclusions: The implementation of the strategy showed favorable results as to developing the skill "to calculate the size of angles" in the students that were part of the research.

Keywords: size of angles; geometry; mathematical skill; teaching strategy; teaching-learning process.

INTRODUCCIÓN

La formación integral de las nuevas generaciones es una tarea cada vez más compleja e importante para los pedagogos de estos tiempos. Al respecto, se reconoce que el mundo desde los inicios del siglo XXI está marcado por complejos procesos de cambios, transformaciones o reajustes sociales en los cuales juega un rol fundamental la educación.

En este sentido, se advierte que para una adecuada inclusión y protagonismo de los sujetos en la vida moderna es necesario apropiarse de determinados saberes que permitan la convivencia en las actuales condiciones sociales. Es preciso, entonces, desarrollar en los estudiantes el saber hacer; de ahí la importancia que se concede al proceso de formación y desarrollo de habilidades que posibiliten la aplicación responsable y creadora de los conocimientos en una diversidad de tipos de tareas y contextos.

Al ser consecuente con las ideas expresadas, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Secundaria Básica debe contribuir a la formación de ciudadanos cada vez más cultos, y

para ello, aprovechar las potencialidades de sus contenidos. En este nivel de educación, es imprescindible que los estudiantes asuman roles protagónicos en aras de lograr aprendizajes cada vez más desarrolladores que le estimulen el saber hacer, de ahí la importancia de desarrollar las habilidades específicas de esta asignatura.

Para el tratamiento de la geometría, resultan de interés los criterios de autores extranjeros y nacionales. León, Ripamonti y Flores (2020) precisan sobre la importancia de la indagación y el trabajo colaborativo para el aprendizaje dinámico de la geometría; Riascos (2019) profundiza en la formación de conceptos geométricos; Varela (2018) insiste en el desarrollo de la visualización espacial mediante el aprendizaje de la geometría. Por otra parte, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) destacan el cálculo de amplitudes de ángulo como un objetivo fundamental de la enseñanza de la geometría. Ninguno de ellos analizó el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” y, tampoco, explicitan en sus trabajos un procedimiento que oriente el accionar de los estudiantes al calcular amplitudes de ángulos.

Al profundizar, en la práctica pedagógica de la ESBU “Mártires de La Sierpe”, en la problemática anterior fue posible comprobar en los informes de los controles a clases (5) y de las comprobaciones de conocimiento aplicadas a veintidós estudiantes de séptimo grado que aún persisten dificultades en el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos”. Entre las más significativas, sobresalen:

- El limitado dominio de los conocimientos geométricos necesarios para el cálculo de amplitudes ángulos, con énfasis en las propiedades de las figuras planas.
- La no comprensión adecuada de las definiciones de los diferentes tipos de ángulos entre dos rectas cortadas por una secante.
- El restringido poder de identificación de los diferentes tipos de ángulos y de las relaciones entre ellos.
- Las dificultades al esbozar figuras de análisis o auxiliares a partir de los datos que ofrecen los ejercicios y de las propiedades que cumplen los objetos

geométricos que en ellos intervienen.

Ante estas dificultades se hace necesario responder la siguiente interrogante: ¿Cómo favorecer el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” en los estudiantes de séptimo grado?

Para su respuesta, los autores del artículo se proponen como objetivo: ofrecer un procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” en los estudiantes de séptimo grado.

MARCO TEÓRICO O REFERENTES CONCEPTUALES

El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador

En Cuba, se ha desarrollado un enfoque al que han dado en llamar “proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador”, el cual responde a los cambios sociales y tecnológicos de cada contexto y tiene la intención de promover aprendizajes cada vez más duraderos y aplicables a nuevas situaciones de la realidad del país.

Desde esta posición, se asumen los criterios de Soto y García (2013) cuando destacan que el proceso de enseñanza-aprendizaje es

desarrollador, si cumple con las siguientes exigencias:

- Promover el desarrollo integral de la personalidad del educando.
- Potenciar el tránsito progresivo de niveles de dependencia a la independencia y a la autorregulación.
- Desarrollar en los escolares la capacidad de conocer, controlar y transformarse a sí y a su medio creadoramente.
- Desarrollar la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida, a partir de poseer habilidades, hábitos y estrategias para aprender.

Igualmente, se consideran los criterios de La Red y Rebilla (2017) al plantear que el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador es aquel que se:

Sustenta en la concepción del desarrollo del educando a partir de sus potencialidades, considerando los conocimientos, las habilidades, los hábitos, las capacidades, los valores, que lo pongan en posesión de la cultura, pero tienen que contribuir a una formación ideológica, garantizar

una preparación laboral y para la vida, propiciar una concepción científica del mundo favorecer la formación de sentimientos y conceptos morales, una formación integral de la sexualidad y el uso responsable y eficiente de las nuevas tecnologías de la informática y las comunicaciones, (sistemas informáticos y audiovisuales) que garanticen los modos de hacer, de actuar y transformar que requiere la sociedad cubana del presente y del futuro. (p. 57).

El enfoque metodológico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática

La enseñanza de las ciencias y, en particular, de la Matemática, considera las concepciones pedagógicas contemporáneas basadas en la necesidad de un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador. En ella, se destaca la necesidad de potenciar el aprender a hacer, aspecto en que enfatizan estudiosos de la didáctica de la Matemática.

Al considerar las ideas anteriores, se asume que el proceso de enseñanza-

aprendizaje de la Matemática es desarrollador si los estudiantes logran:

- La adquisición de los conocimientos, las habilidades y las capacidades matemáticas requeridas para realizar aprendizajes durante toda su vida.
- El tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación durante la realización de diversas tareas docentes.
- El desarrollo integral de la personalidad (Leiva, 2007).

Para ser consecuente, los autores asumen que el aprendizaje desarrollador de la Matemática es el aquel que:

Garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora del saber matemático propiciando la adquisición de los procesos de pensamiento y las formas de trabajo propias de la Matemática, su simbología, así como destrezas, capacidades, hábitos, convicciones que al ser estructurados en forma de sistema, le permitan comprender y transformar el mundo que le rodea y a su vez

transformarse, potenciando el desarrollo de su independencia cognoscitiva en estrecha relación con los necesarios procesos de socialización. (Gibert y Ballester, 2010, p.7).

A raíz de lo anterior, se reconoce que la enseñanza de la Matemática desde una concepción desarrolladora, tiene que promover un aprendizaje interactivo, reflexivo y cooperativo en todos los estudiantes, sin el cual este pierde su sentido.

Por otra parte, la enseñanza de la Matemática juega un papel importante en la formación integral de los estudiantes para que sean capaces de asumir los retos científico-técnicos que demanda el actual desarrollo social. Al respecto, Domínguez y Acosta (2016) refieren, como función de la asignatura Matemática “la de contribuir a la educación multifacética de los educandos y al desarrollo de sus capacidades mentales...” (p. 4).

Ante esta exigencia, es necesario que la escuela prepare a los estudiantes para aprender y aprender a hacer. Es por ello que, la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje debe potenciar una verdadera disposición para aprender de forma activa y estratégica, enfrentar las tareas y

mantener la concentración y los esfuerzos por lograr los objetivos propuestos, en particular, el desarrollo de las habilidades matemáticas correspondientes.

Sobre este tema específico, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) plantean que resulta necesario que desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura general integral y un pensamiento científico. En tal sentido, refieren ideas metodológicas que caracterizan el mencionado proceso; entre ellas destacan las siguientes:

- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, tratando además que se integre el saber de los alumnos procedente de distintas áreas de la Matemática e incluso de otras asignaturas.
- Realizar el diagnóstico sistemático de los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental, y de las formas de sentir y actuar de los alumnos, valorando en cada caso cuáles son las

potencialidades y las causas de las dificultades de estos, de modo que se propicien acciones de autocontrol y autovaloración y se obtengan aprendizajes de los errores.

- Planificar, orientar y controlar el trabajo independiente de forma sistémica, variada y diferenciada, que les permita desarrollar habilidades para la lectura, la búsqueda de información, la interpretación de diversas fuentes, el trabajo cooperado y la argumentación y comunicación de sus ideas, en un adecuado clima afectivo donde haya margen para el error. (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p.1).

En las ideas citadas, se explicita la necesidad de la formación y desarrollo de las habilidades matemáticas; la importancia de su sistematización continúa y la pertinencia de que al aplicarlas los estudiantes desarrollen modos de la actividad mental propios de la actividad matemática. De ahí, que en el artículo preste especial atención a la habilidad “calcular amplitudes de ángulos”.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría

Se inicia el apartado, compartiendo la idea de Brousseau (2003) al referir que estudiar Geometría es importante porque contribuye al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; pues, a su juicio, implica el uso del razonamiento y de la imaginación deductiva, así como la visualización de imágenes.

Igualmente, se reconocen las potencialidades de los contenidos geométricos para el desarrollo de actitudes y valores en los estudiantes.

Sobre este particular, Godino y Ruiz (2004) señalan que al aprender Geometría es posible desarrollar:

- La curiosidad por identificar formas y relaciones geométricas en objetos del entorno.
- La perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas relacionadas con la organización y utilización del espacio.
- El gusto por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.
- La disposición favorable para la utilización de los instrumentos convencionales de dibujo y para la

búsqueda de instrumentos alternativos.

También, Radillo y Huerta (2006) reconocen que el aprendizaje de la Geometría implica el manejo de un lenguaje especializado que consta de vocabulario técnico, símbolos, gráficas y figuras, con reglas sintácticas y semánticas definidas para representar conceptos, propiedades y relaciones; es por ello, que estas se articulan al describir el procedimiento que se propone para el desarrollo de la habilidad que se analiza.

Desde el contexto cubano, la Geometría es considerada una de las líneas directrices. Según Álvarez, Almeida y Villegas (2014) ella “prepara a los alumnos para orientarse en el entorno espacial, percibir sus proporciones y dimensiones, desarrollar una memoria visual, captar semejanzas y diferencias, regularidades y manipular mentalmente figuras geométricas, entre otros aspectos” (p. 76).

Los mismos autores, plantean que desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría los estudiantes adquieren conocimientos y habilidades, y desarrollan un pensamiento geométrico-espacial que

les permite reforzar el saber adquirido en otras áreas y les estimula el gusto por la belleza, la limpieza y la exactitud. De ahí, la necesidad de perfeccionar el tratamiento metodológico de sus contenidos.

Según plantean Acosta, Domínguez, Quintana, Gort, Báez, Cantón y Cantero (2016) asegurar el dominio de los conocimientos geométricos, significa que los estudiantes logran: identificar, definir y clasificar figuras planas; esbozar figuras geométricas que satisfagan determinadas condiciones; calcular amplitudes de ángulos; resolver ejercicios y problemas intramatemáticos y extramatemáticos; realizar demostraciones sencillas y ejercicios de demostración y fundamentar adecuadamente sus razonamientos.

También, Acosta et al. (2016) destacan que: “la construcción de una figura de análisis para apoyo en la búsqueda de la idea de solución del ejercicio o problema geométrico garantiza la ejecución efectiva del procedimiento y la solución correcta” (p. 32). De ahí, la importancia que se le atribuye al hecho de esbozar y analizar una figura en la que puedan establecerse e identificar las

relaciones entre los objetos geométricos y sus propiedades.

Finalmente, para los autores del artículo, resulta pertinente resaltar que en las orientaciones metodológicas que se ofrecen para el tratamiento del cálculo de amplitudes de ángulos no se precisan ideas relacionadas con el proceso de formación y desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos”; es por ello que a continuación se profundiza en la temática referida.

El desarrollo de habilidades matemáticas. Elementos teóricos y metodológicos

Para el análisis de la categoría habilidad, resultan de interés los criterios de autores clásicos y cubanos que han estudiado la temática; Pérez (2015) al estudiarlos concluyó que sus posiciones resaltan: el papel de las acciones y operaciones sobre la base de la experiencia recibida por los sujetos, y las relaciones entre ellas; la utilización creadora de los conocimientos, tanto durante el proceso de actividades teóricas como prácticas; así como el dominio de un sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para la regulación de la actividad, con ayuda de los conocimientos que la

persona posee. Los mismos, analizan las habilidades como las acciones y operaciones que realizan los sujetos a partir de la integración de los conocimientos para su aplicación en la práctica.

En este artículo se asumen las habilidades como: "Un sistema de acciones y operaciones, dominado por el sujeto, que responde a un objetivo. Es el componente del contenido, que refleja las realizaciones del hombre en una rama del saber propio de la cultura de la humanidad" (Álvarez, 1996, p.16).

Desde esta perspectiva, es posible comprender las habilidades desde la teoría de la actividad y destacar el papel de las acciones y operaciones que realiza el sujeto a partir de la aplicación integrada de los contenidos; aunque es pertinente esclarecer que estas últimas no constituyen un esquema rígido, ya que dependen de las experiencias antecedentes del sujeto y del contexto social.

Resulta indiscutible precisar, en el orden metodológico, que los estudiantes deben reconocer las acciones que componen cada habilidad con un carácter consciente y comprender que las operaciones se

despliegan según las condiciones del contexto. López (1990), sugiere como etapas para la adquisición de una habilidad la de formación y el desarrollo. La primera de ellas es: "comprendida como la adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del maestro o profesor el alumno recibe la orientación adecuada sobre la forma de proceder" (p. 2).

Para el propio autor, la etapa de desarrollo de una habilidad:

Ocurre una vez adquiridos los modos de acción, se inicia el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada en la cantidad necesaria y con una frecuencia adecuada, de modo que vaya haciéndose cada vez más fácil de reproducir o usar, y se eliminan los errores; son indicadores de un buen desarrollo la rapidez y corrección con que la acción se ejecute. (López, 1990, p. 2).

Dadas las particularidades de cada etapa, se identifica la estrecha unidad entre acciones y operaciones y se precisa, que entre ellas se establece una estrecha relación dialéctica (Silvestre y Zilberstein, 2002). Al

coincidir con este criterio, se reconoce que las habilidades forman un sistema, unas son más complejas que otras, y que para desarrollarlas se requiere primero formar las subordinadas, e incluso unas pueden constituir parte del sistema de acciones de las otras.

Estos elementos teóricos, toman un matiz diferente sin son analizados, en particular, para las habilidades matemáticas específicas. Sobre este particular, Ferrer y Rebollar (1999) plantean que la concepción del proceso de formación y desarrollo de habilidades matemáticas no solo debe atender al sistema de acciones y operaciones correspondientes, sino que es preciso tener en cuenta la actuación del sujeto, su actitud y disposición hacia la apropiación de la actuación correspondiente.

Estos autores, señalaron que las habilidades matemáticas tienen como premisas lograr claridad acerca del objeto matemático sobre el que actúa el individuo (procedimiento de solución) y la delimitación de las acciones que sobre dicho objeto va a ejecutar según el propósito o fin a lograr. Esto obliga a reflexionar sobre el significado que en el orden intelectual y lógico tiene una u otra ac-

ción. Desde estas posiciones, se asume que una habilidad matemática:

Es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos. (Ferrer y Rebollar, 1999, p. 25).

Siendo consecuente con este criterio, los autores insisten en proponer como posible vía de solución a la problemática identificada un procedimiento didáctico.

Por otra parte, se reconoce que el desarrollo de las habilidades matemáticas constituye un proceso en el que se estructura y reestructura el sistema de acciones y en esa reestructuración o transformación estructural se alcanzan estados superiores lo que significa que cada nueva habilidad se incorpora al sistema ya formado, pero no como una habilidad más, sino como un elemento que aporta nuevas interpretaciones, racionaliza procesos

u ofrece otras variantes de solución que no borra los sistemas formados, sólo los enriquece.

El contenido de una habilidad matemática refleja la exigencia en cuanto a la sistematización de las habilidades referidas a la elaboración o utilización de conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que posibilitan el desarrollo de la habilidad general correspondiente.

Un ejemplo de habilidad matemática básica es precisamente: “calcular amplitud de ángulos”, la misma se relaciona o responde a la habilidad matemática general “resolver problemas geométricos”; en este trabajo los autores ofrecen un procedimiento para su desarrollo.

Según las posiciones teóricas analizadas, se considera que la habilidad matemática “calcular amplitudes de ángulos” está determinada por las invariantes: identificar el o los ángulos cuyas amplitudes se tiene que calcular, reconocer las propiedades geométricas que cumplen los objetos geométricos de la figura (dada o esbozada), establecer relaciones entre el o los ángulos cuyas amplitudes se tiene que calcular con

otros de la figura, calcular la amplitud del o de los ángulos pedidos y fundamentar la relación que existe entre ellos y los utilizados.

METODOLOGÍA EMPLEADA

La metodología seguida al elaborar la posible vía de solución que se propone para la problemática identificada se caracterizó por un enfoque cuantitativo.

Primeramente, se utilizaron métodos teóricos como el histórico-lógico y el analítico-sintético; los que posibilitaron fundamentar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y el tratamiento de la categoría habilidad. De igual forma, permitieron esclarecer el diseño del procedimiento didáctico y las relaciones entre sus acciones.

También se utilizaron métodos empíricos, entre ellos destacan el análisis del producto de la actividad, la observación pedagógica y la entrevista. Estos facilitaron la recogida y el análisis de datos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos correspondientes y sus resultados, como elemento esencial para esclarecer el estado de la

problemática objeto de análisis y posterior a la aplicación práctica de la propuesta.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para presentar la propuesta que realizan los autores del presente artículo se tiene en cuenta que los procedimientos son: "herramientas que le permiten alcanzar un fin a partir del cumplimiento de una secuencia de pasos con un orden lógico y coherente" (Zilberstein y Silvestre, 2004, p. 20).

De igual forma se analiza que los procedimientos didácticos constituyen:

Herramientas que le permiten al docente orientar y dirigir la actividad del alumno, de modo tal que la influencia de los "otros", propicie el desarrollo individual, estimulando el pensamiento lógico, el pensamiento teórico y la independencia cognitiva, motivándolo a "pensar" en un "clima favorable de aprendizaje. (Zilberstein y Silvestre, 2004, p. 99)

De ahí que, el procedimiento didáctico que se propone para el desarrollo de la habilidad "calcular amplitudes de ángulos" consista en:

- Identificar en la figura (que ofrece el ejercicio o se construye) el o los ángulos cuyas amplitudes se tiene que calcular.
- Reconocer y comprender la información que brinda el ejercicio y las propiedades geométricas que cumplen los objetos de la figura.
- Relacionar el o los ángulos cuyas amplitudes se debe calcular con otros que, a partir de las condiciones del ejercicio, se conozca su amplitud.
- Calcular y fundamentar la relación entre el ángulo a calcular y el o los ángulos de la figura (dada o elaborada) utilizados para obtener la amplitud del primero. (Iznaga, 2016, p. 25).

A continuación, se muestran varios ejemplos de la aplicación de las acciones del procedimiento a la solución de ejercicios.

Ejemplo 1

Selecciona la respuesta correcta:

Sean α y β dos ángulos adyacentes y $\alpha = 28^\circ$, entonces: $\beta = 82^\circ$ $\beta = 28^\circ$ $\beta = 152^\circ$

Acción 1

El estudiante debe construir la figura de análisis a partir de la definición de ángulos adyacentes e identificar el ángulo cuya amplitud debe calcular.



Acción 2

El estudiante debe identificar la propiedad de los ángulos adyacentes, es decir: la suma de sus amplitudes es 180°

Acción 3

El estudiante debe aplicar la propiedad de los ángulos adyacentes, es decir:

$$\angle \beta + \angle \alpha = 180^{\circ}$$

Acción 4

$\angle \beta + \angle \alpha = 180^{\circ}$ por ser ángulos adyacentes

$$\angle \beta = 180^{\circ} - \angle \alpha$$

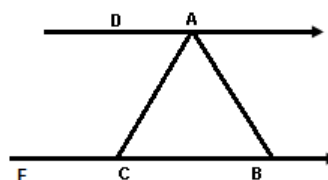
$$\angle \beta = 180^{\circ} - 28^{\circ}$$

$$\angle \beta = 152^{\circ}$$

Ejemplo 2

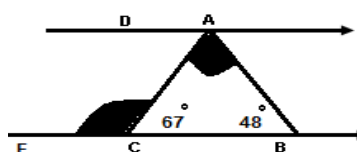
Calcula la amplitud de los ángulos $\angle CAD$ y $\angle CAB$, teniendo en cuenta las amplitudes de los ángulos que se dan y que las saetas indican rectas paralelas.

$$\angle ABC = 48^{\circ}, \angle ACB = 67^{\circ}$$



Acción 1

El estudiante identifica los ángulos cuya amplitud tiene que calcular en la figura y la secante con la que deberá trabajar



Acción 2

El estudiante debe saber que en la figura:

$\angle ABC$, $\angle BAC$ y $\angle BCA$ son ángulos interiores del triángulo ABC

$\angle ECA$ es un ángulo exterior del triángulo ABC o adyacente con el ángulo BCA

Acción 3

Vía 1: El estudiante debe aplicar que:

$$\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^{\circ}$$

$$48^{\circ} + \angle BAC + 67^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$\angle ECA = \angle CBA + \angle CAB \quad \text{o}$$

$$\angle ECA = 180^{\circ} - \angle ACB$$

Vía 2: Si considera las rectas paralelas puede aplicar entonces lo siguiente:

$\angle BCA = \angle CAD$ por ser alternos entre las paralelas y la secante CA, luego:

$\angle ECA + \angle CAD = 180^\circ$ por ser conjugados entre las paralelas y la secante CA

Acción 4

Vía 1: $\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$ por suma de ángulos interiores del triángulo ABC

$$48^\circ + \angle BAC + 67^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 48^\circ - 67^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\angle BAC = 65^\circ$$

$\angle ECA = \angle CBA + \angle CAB$ por ser ángulo exterior del triángulo ABC

$$\angle ECA = 48^\circ + 65^\circ = 113^\circ$$

$$\angle ECA + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\angle ECA = 180^\circ - \angle ACB$$

$$\angle ECA = 180^\circ - 67^\circ$$

$$\angle ECA = 113^\circ$$

Vía 2: Si consideró las rectas paralelas:

$\angle BCA = \angle CAD$ por ser alternos entre las paralelas y la secante CA, luego:

$$\angle CAD = 67^\circ$$

$\angle ECA + \angle CAD = 180^\circ$ por ser conjugados entre las paralelas y la secante CA

$$\angle ECA + 67^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ECA = 180^\circ - 67^\circ$$

$$\angle ECA = 113^\circ$$

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN PRÁCTICA DEL PROCEDIMIENTO

El procedimiento didáctico elaborado se aplicó en la práctica pedagógica, por uno de los autores del artículo. A continuación, se describen los principales resultados obtenidos. La experiencia se realizó en un grupo de 30 estudiantes de 7. Grado de la ESBU Mártires de La Sierpe, la misma tenía la finalidad de determinar el nivel de desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” que ellos lograban.

Para su evaluación se utilizaron los siguientes indicadores: conocimiento de las acciones del procedimiento didáctico, identificación de los ángulos cuya amplitud debían calcular, aplicación de las propiedades de los objetos geométricos de la figura y fundamentación de las relaciones entre los ángulos cuyas amplitudes debían calcular y otros que aparecen en la figura.

La medición de los indicadores se realizó mediante una escala ordinal que considera las categorías muy adecuado (MA), adecuado (A) e

inadecuado (I). El proceso de aplicación inició luego de asegurar las condiciones necesarias para la utilización del procedimiento; para ello, se elaboró un material docente y una lámina que describía el procedimiento.

Posteriormente, se determinó en qué momento del sistema de clases de la asignatura se aplicaría el procedimiento didáctico y cómo se evaluarían las transformaciones que ocurrían en el desarrollo de la habilidad "calcular amplitudes de ángulos" en los estudiantes. Durante la aplicación se utilizó una guía de observación para valorar sistemáticamente la actuación de los estudiantes durante la realización de cada ejercicio y al concluir se aplicó una prueba pedagógica.

La evaluación sistemática de la actuación de los estudiantes durante la realización ejercicios de cálculo de amplitudes de ángulos, realizada a partir de la observación, permitió conocer que:

- El 96,7% (29) de los estudiantes conoce las acciones del procedimiento, el por ciento restante aún confundía la acción relacionada con la fundamentación.

- El 93,3% (28) de los estudiantes identifican correctamente los ángulos cuya amplitud debían calcular.
- El 93,3% (28) de los estudiantes aplica las propiedades de los objetos representados en las figuras en general, los demás no las conoce o no comprende su significado.
- El 90% (27) de los estudiantes fundamenta las relaciones entre los ángulos cuyas amplitudes debían calcular y otros de la figura; el por ciento restante no identifica bien los tipos de ángulos formados entre dos rectas paralelas y una secante, ni sus propiedades.

Por otra parte, en la prueba pedagógica aplicada se obtuvieron los siguientes resultados:

- El 100 % (30) de los estudiantes conoce las acciones del procedimiento y comprende que debe hacer en cada una de ellas.
- El 96,7 % (29) de los estudiantes logra identificar correctamente los ángulos cuyas amplitudes debían calcular y los ubica en las figuras dadas o elaboradas.

- El 90 % (27) de los estudiantes aplica las propiedades geométricas que debe utilizar para calcular las amplitudes de los ángulos.
- El 83,3% (25) de los estudiantes establece y fundamenta adecuadamente las relaciones entre los ángulos cuyas amplitudes debían calcular y otros que aparecen en la figura.

Al triangular los resultados de los indicadores evaluados en ambos instrumentos, se puede concluir que el 83,3 % (25) de los estudiantes logra un nivel bastante adecuado del desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos”; aun cuando se identifican dificultades en los aspectos relacionados con el dominio de las propiedades geométricas y su fundamentación al utilizarlas para el cálculo de amplitudes de ángulos.

Por tal motivo, se considera oportuno plantear que el procedimiento didáctico elaborado favorece el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” y, por tanto, se convierte en una vía de solución a la problemática planteada al inicio por los autores del artículo.

CONCLUSIONES

Las posiciones teóricas que fundamentan el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y en particular, las ideas que caracterizan el enfoque metodológico de la asignatura Matemática se convierten en pautas a considerar para el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos”; e igualmente, justifican la precisión de las acciones de dicha habilidad y del procedimiento didáctico que emerge como vía de solución a la problemática de que trata el presente artículo.

El procedimiento didáctico propuesto para favorecer el desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de ángulos” se fundamenta en las exigencias del enfoque metodológico general de la asignatura, y sus acciones orientan el trabajo planificado de los estudiantes durante la solución de los ejercicios y problemas a partir del empleo de formas de trabajo y de pensamiento matemático.

La aplicación del procedimiento didáctico propuesto en la práctica pedagógica demuestra que se logró transformar el nivel de desarrollo de la habilidad “calcular amplitudes de

ángulos” en los estudiantes que formaron parte de la muestra utilizada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, S., Domínguez, O., Quintana, A., Gort, M., Báez, L., Cantón, J. y Cantero, R. (2016). *Orientaciones metodológicas de Matemática Séptimo Grado*. La Habana, Cuba. Material en soporte digital.

Álvarez, M., Almeida, B. y Villegas, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura matemática: Documentos metodológicos*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Álvarez, C. M. (1996). *Diseño Curricular*. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Cátedra Unesco en Ciencias de la Educación. Material impreso.

Brousseau, G. (2003). *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire: l'étude de l'espace et de la géométrie*. Recuperado de http://dipmat.math.unipa.it/~girim/home_brousseau.htm

Domínguez, O. y Acosta, S. (2016). *Programa de Matemática Séptimo Grado*. La Habana, Cuba. Material en soporte digital.

Ferrer, M. y Rebollar, A. (1999). *Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas*. Curso 62. La Habana, Cuba: Instituto Superior Pedagógico Frank País García.

Gibert, E. M. y Ballester, P. (2010). *Una alternativa desarrolladora para la estructuración de la clase de matemática de la secundaria básica* [CD-ROM Evento Provincial Didáctica de las Ciencias]. La Habana, Cuba: Universidad Pedagógica “Enrique José Varona”.

Godino, J. D. y Ruíz, F. (2004). *Geometría y su didáctica para maestros*. Proyecto Edumat-Maestros. Universidad de Granada, España. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/www.ugr.es>

Iznaga, Y. (2016). *Procedimiento didáctico para favorecer el desarrollo de la habilidad*

- “calcular amplitud de ángulos” en los estudiantes de séptimo grado (Tesis de pregrado). Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, Sancti Spíritus, Cuba.
- La Red, Z. y Rebilla, A. (2017). *El perfeccionamiento en el nivel educativo de Secundaria Básica en Cuba*. [CD-ROM Evento Internacional de Secundaria Básica]. La Habana, Cuba.
- Leiva, C. S. (2007). *La Evaluación de los Conocimientos y Habilidades en los Contenidos Didácticos en la Formación Inicial de los Profesionales de la Educación* (Tesis de maestría). Universidad de Holguín “José de la Luz y Caballero”, Holguín, Cuba.
- León, I., Ripamonti, C. y Flores, B. (2020). Geometría dinámica en la formación de profesores, despertando el asombro a través de la indagación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1).
- López, M. (1990). *Saber enseñar a describir, definir y argumentar*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Pérez, A. (2015). *La integración de las invariantes de la habilidad profesional planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la didáctica de la matemática* (Tesis doctoral). Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, Sancti Spíritus, Cuba.
- Radillo, M. y Huerta, S. (2006). Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclídea, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático. En *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. Recuperado de <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at01/PRE1178673333.pdf>
- Riascos, Y. (2019). *La formación de los conceptos de la geometría plana mediada por ambientes dinámicos* (Tesis doctoral). Universidad

- de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”, Cuba.
- Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2002). *Diagnóstico y transformación de la institución docente*. México: Ediciones CEIDE.
- Soto, M. y García, A. (2013). *El aprendizaje escolar un reto para la escuela contemporánea. Curso 27*. La Habana, Cuba: Sello Editor Educación Cubana.
- Varela, N. (2018). *La enseñanza-aprendizaje de la geometría y la visualización espacial del estudiante*. [CD-ROM Congreso Internacional Universidad 2018]. Ecuador: Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.
- Zilberstein, J. y Silvestre, M. (2004). *Didáctica desarrolladora desde el enfoque histórico cultural*. México: Ediciones CEIDE.

Pedagogía y Sociedad publica sus artículos bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)



