

**FACULTAD CIENCIAS PEDAGÓGICAS
CARRERA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA–FÍSICA**

TRABAJO DE DIPLOMA

TÍTULO: Aula virtual para el aprendizaje de las funciones en
décimo grado

Autor: Jorge Bello Brito

SANCTI SPÍRITUS

2018

**FACULTAD CIENCIAS PEDAGÓGICAS
CARRERA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA–FÍSICA**

TRABAJO DE DIPLOMA

TÍTULO: Aula virtual para el aprendizaje de las funciones en
décimo grado

Autor: Jorge Bello Brito

Tutora: MSc. Lissette Rodríguez Rivero. Prof. Auxiliar

Consultante: MSc. Lizmay Conrado de la Cruz

SANCTI SPÍRITUS

2018

RESUMEN

El aula virtual para el aprendizaje de las funciones en décimo grado, responde a la necesidad de lograr un mayor nivel de aprendizaje de este objeto matemático, en correspondencia con el desarrollo científico-técnico que caracteriza el mundo actual. Ofrece una propuesta de solución a las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las mismas en el grado, dicha propuesta incluye el tratamiento de conceptos subordinados al concepto de función y la transferencia entre diferentes tipos de representaciones. Para su realización se utilizaron los métodos: histórico-lógico, el analítico-sintético y el inductivo-deductivo para profundizar desde el punto de vista teórico y metodológico en el estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones y en las potencialidades del uso de las aulas virtuales como apoyo a la docencia. Se utilizaron, además: la observación científica, la prueba pedagógica, la revisión de documentos y la encuesta. El aula virtual diseñada sistematiza y profundiza los conocimientos básicos que deben poseer los alumnos del objeto matemático función al concluir el décimo grado de la enseñanza preuniversitaria, aborda otros que los preparan para el estudio del mismo en niveles superiores y promueve el autoaprendizaje de los alumnos. El resultado de la presente investigación pertenece al grupo de trabajo “Relación Universidad-Sociedad” del proyecto “La informatización de los procesos universitarios” adscripto a la Universidad “José Martí Pérez” de Sancti Spíritus.

INDICE

Introducción.....	1
Desarrollo	
El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la enseñanza preuniversitaria. Su enfoque metodológico general	8
El tratamiento de las funciones, exigencias metodológicas	11
Aspectos que caracterizan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones en décimo grado	14
Estado actual del aprendizaje de las funciones en la enseñanza preuniversitaria	16
El aula virtual. Estado del arte	18
Antecedentes del uso de aulas virtuales para el aprendizaje de funciones...	24
Estructura del aula virtual para el aprendizaje de las funciones en décimo grado.....	27
Características técnicas de la propuesta	30
Resultados obtenidos en el nivel de aprendizaje de las funciones luego de utilizar el aula virtual Funciones	31
Conclusiones	36
Recomendaciones	37
Bibliografía	38

INTRODUCCION

La **educación** es la base de todo progreso social y económico desde el surgimiento de la humanidad. Las naciones más desarrolladas han sido las más ilustradas, las que más recursos han invertido en instrucción y educación, los cuales deben ir aparejados para lograr un progreso verdadero. “El punto de partida de la Educación para la Ciudadanía Mundial es reconocer que la educación ayuda a las personas a entender y resolver complejos problemas mundiales” (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [Unesco por sus siglas en inglés], 2014, p.49).

De igual manera, el mismo documento destaca el papel de las matemáticas en la educación ciudadana, la formación de valores y como parte fundamental de la educación básica mundial. Al respecto, también Unesco (2016) plantea:

En la actualidad, resulta inconcebible no incluir la formación matemática dentro de las competencias básicas que toda persona debe adquirir para enfrentar los desafíos de la vida en sociedad. Una cotidianidad cada vez más compleja, con mayores volúmenes de información disponibles para una creciente cantidad de personas y con más interconexiones entre los distintos ámbitos de la actividad y el conocimiento humano, pone exigencias también cada vez mayores sobre la enseñanza de la Matemática. A sabiendas que la Matemática no es más que el desarrollo organizado y consciente de la natural capacidad humana de detectar, examinar, utilizar patrones, resolver problemas y encontrar orden dentro de lo que a primera vista resulta caótico. (p.25)

En Cuba, autores como Álvarez, Almeida y Villegas (2014) concuerdan con lo anterior y agregan que “Los contenidos básicos de esta asignatura son indispensables para orientarse en el mundo actual y tener un desempeño eficiente en múltiples profesiones” (p.177).

En correspondencia con este planteamiento, una exigencia del enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en la actualidad plantea la necesidad de: “Contribuir a la educación integral de los alumnos, al mostrar cómo la Matemática favorece el desarrollo de valores y actitudes acordes con los principios de la Revolución, posibilita comprender y transformar el mundo, y propicia la formación de una concepción científica de este” (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p.1).

Ejemplo de ello, y debido al desarrollo científico-técnico actual, como expresión máxima de la aplicación de la Matemática a todos los campos de la actividad científica se utilizan las **funciones** para el análisis de relaciones en varias esferas de esta actividad. A través de ellas, se interpreta, valora y predice la manifestación de diversidad de fenómenos; por ello las funciones son llamadas en muchos casos modelos matemáticos.

El estudio de fenómenos representados por cantidades variables es un campo muy importante y actual dentro de las matemáticas. Este es el “Referido al reconocimiento de regularidades y patrones; a la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; a la noción de función y a la proporcionalidad (...)” (Bronzina, Chemello y Agrasar, 2009, p.17).

En este sentido, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) también aseguran que para la enseñanza de la Matemática las correspondencias y funciones tienen un significado especial, atendiendo a que son fundamentales como formas de expresión en todas las ciencias.

Las funciones se estudian desde los primeros años de la escuela cubana, declarada en una línea directriz denominada “Correspondencias y funciones” que:

(...) se ocupa de la formación a largo plazo de un concepto central de la matemática, tanto por lo que significa para el desarrollo interno de esta como ciencia como por sus aplicaciones, por cuanto contribuye a modelar múltiples fenómenos y procesos de la realidad.

(Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p.1)

A pesar de lo anterior, existen varias dificultades expresadas en la literatura, relacionadas con el aprendizaje de las funciones en contextos internacionales diversos referidas por Amaya, Pino-Fan y Medina (2016); Cuesta, Deulofeu y Méndez (2010); Gómez, Hernández y Chaucanés (2015); González (2015); López y Sosa (2008), entre otros.

Unido a ello, investigaciones efectuadas en Cuba por Rodríguez, Pérez y Quero (2011, 2016), Rodríguez, Bernal y Pérez (2013) y Rodríguez, Ponce y Pérez (2016) exponen estudios y experiencias en la enseñanza de las mismas que pueden ser tomados en cuenta como antecedentes de la presente investigación, al ser desarrollados en el mismo contexto y considerar que existen dificultades en el accionar didáctico al valorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones

en todos los grados. En estas investigaciones se han podido constatar, de manera general, dificultades con:

- La comprensión del concepto de función.
- El aprendizaje y comprensión de sus conceptos subordinados.
- Dificultades en la transferencia entre representaciones de una misma función.

En correspondencia con las ideas antes expuestas, de manera paralela, y como parte de las directrices de la educación a nivel mundial, no se concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA) sin la intervención de las tecnologías de la informática y las comunicaciones (**TIC**).

La formación integral de las nuevas generaciones y su relación con las nuevas formas de aprendizaje es un tema en constante investigación. Ante esta realidad se encuentran en la didáctica contemporánea términos como Entorno Personal de Aprendizaje, Entorno Virtual de Aprendizaje, Ambiente de Aprendizaje, entre otros; que serán abordados al precisar los fundamentos teóricos de esta investigación y que son resultado del vertiginoso desarrollo de las TIC.

También unido a ello aparecen los espacios físicos y tecnológicos llamados Ambiente de Aprendizaje y Plataformas de Aprendizaje, respectivamente.

Estos enfoques innovadores incorporan un entorno de aprendizaje mixto, con actividades en línea y no en línea, de manera que el aprendizaje no se limita a la pantalla de la computadora, y existen diversas posibilidades de aprendizaje colaborativo y de práctica vivencial. (Unesco, 2014, p.30)

Las TIC en el PEA constituyen herramientas que indudablemente generan mayores expectativas en los alumnos y por ende la motivación intrínseca es gradualmente mejor. Al respecto, Álvarez, Almeida y Villegas (2014), en uno de los lineamientos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática (PEAM) exigen: “Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y la comunicación, con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos” (p.2).

Una vía importante en el desarrollo del uso de las TIC lo son las **aulas virtuales** y el uso de éstas en el PEA de cualquier contenido se hace cada vez más presente en el mundo referido por: González y Martínez (2015), Steegmann, Pérez y Huertas (2012), Pérez *et al.* (2014), Villada (2013) y Sánchez (2015); y en Cuba están presentes en investigaciones de autores como: Fleites, Valdés y Hernández (2015),

García (2014), Álvarez, Martínez y Morales (2016), Pérez, Barreto y Wilson (2016), Graelles, López y Ponte (2016). Aunque para este último grupo de investigadores cubanos las aulas virtuales sólo aparecen como parte de los PEA en la Educación Superior.

Se puede añadir como fundamento para la presente investigación que los resultados de las observaciones a clases y del intercambio con los alumnos y profesores han mostrado que los alumnos no siempre alcanzan el nivel de aprendizaje deseado en cuanto al aprendizaje de las funciones.

Por otra parte, opiniones de los profesores de la escuela media y de los docentes de la disciplina de Análisis Matemático con los que se intercambió al respecto, corroboran el insuficiente dominio de las funciones y sus conceptos subordinados, esto se manifiesta en la limitada interpretación de los problemas relacionados con las mismas y en algunas dificultades en el trabajo con ese objeto matemático como transferir entre representaciones y determinar algunas propiedades.

También, durante los exámenes de ingreso a la educación superior del curso 2016 – 2017 se realizó una pesquisa que permitió evidenciar el comportamiento del aprendizaje de las funciones en comparación con otros contenidos, y aunque se sabe el poco entrenamiento que le dedican los profesores al tema en la preparación para dicho examen, en la misma se pudo constatar que alumnos con resultados aún por encima de los 90 puntos desaprobaban los acápites del examen relacionados con el tema de funciones.

A partir de esta situación y desde la indagación teórica se detecta el siguiente **problema científico**: ¿Cómo propiciar el aprendizaje de los contenidos relacionados con las funciones en la enseñanza preuniversitaria?

En correspondencia con este, se precisó como objeto de la investigación el PEAM y como campo el PEA de las Funciones.

En tal sentido, se ha formulado como **objetivo**: Proponer un aula virtual que propicie un mayor nivel de aprendizaje de las funciones, al ser utilizada en el PEAM en décimo grado.

Para dar respuestas al problema científico, se plantean las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Qué fundamentos teóricos y metodológicos sustentan el aprendizaje de funciones?

2. ¿Cuál es el estado actual del aprendizaje de las funciones en los estudiantes de décimo grado del Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas (IPVCE) “Eusebio Olivera Rodríguez”?
3. ¿Qué características debe poseer un aula virtual que propicie un mayor nivel de aprendizaje de las funciones en décimo grado?
4. ¿Qué resultados se obtienen en el nivel de aprendizaje de las funciones en los estudiantes de décimo grado del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” luego de utilizar el aula virtual?

En el proceso de investigación se desarrollaron las siguientes **tareas científicas** con vistas a dar respuesta a las anteriores interrogantes:

1. Determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el aprendizaje de funciones.
2. Diagnosticar el estado actual en que se expresa el aprendizaje de las funciones en los estudiantes de décimo grado del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez”.
3. Elaboración un aula virtual que propicie un mayor nivel de aprendizaje de las funciones en décimo grado.
4. Resultados que se obtienen en el nivel de aprendizaje de las funciones en los estudiantes de décimo grado del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” luego de utilizar el aula virtual.

El marco de la investigación, y por ende las preguntas que guían la misma y las tareas científicas que se realizan para dar respuesta a éstas, se desarrollan en un grupo de décimo grado, del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” de la ciudad de Sancti Spíritus.

Es importante destacar que este grado fue seleccionado para experimentar el tercer perfeccionamiento de la educación por lo que, de mantenerse los contenidos de este tema sin cambios en la validación, quedará para futuro un aula virtual acorde a las nuevas exigencias de la educación en Cuba.

Para la realización del trabajo se ponen en práctica diferentes métodos de la investigación científica, teóricos, empíricos y matemáticos.

El histórico-lógico permitió conocer los antecedentes de la problemática abordada mediante el estudio del PEAM, específicamente de las funciones, desde sus inicios y a través de los diferentes niveles de enseñanza, así como las relaciones existentes

entre la teoría relacionada con el tema y lo que realmente ocurre en la práctica, como sostén teórico para la elaboración de la propuesta.

El analítico-sintético permitió realizar un estudio de la línea directriz correspondencias y funciones, focalizando las particularidades de la misma para el nivel preuniversitario con vistas a determinar las exigencias que debe reunir la propuesta desde el punto de vista matemático. Además, facilitó el estudio de la teoría existente sobre la confección e implementación de aulas virtuales y sus peculiaridades relacionadas con estos contenidos y el tipo de usuario, que son los alumnos de preuniversitario.

El inductivo-deductivo condujo a conclusiones generales, a partir de los hechos particulares y estructuró las exigencias de la propuesta, a partir de las regularidades presentes en el estado del aprendizaje de las funciones y las experiencias vertidas en los estudios teóricos.

La observación científica constató y recolectó información sobre el estado inicial y final del aprendizaje de las funciones en la enseñanza preuniversitaria (y específicamente décimo grado), a partir de instrumentos aplicados a alumnos de ese nivel, como los exámenes de ingreso. Además de la observación científica que se realizó durante el experimento.

El análisis de documentos condujo al establecimiento de las particularidades del PEAM en general, del mismo en la enseñanza preuniversitaria y en particular cómo se expresan las exigencias del aprendizaje de las funciones en décimo grado. Se revisaron las exigencias de cómo debe proceder didácticamente el docente en la clase de funciones y se valoraron los ejercicios contenidos en los libros de textos relacionados con el tema; todo lo anterior acorde al ya mencionado tercer perfeccionamiento.

La prueba pedagógica permitió verificar el nivel de aprendizaje de los aspectos que resaltan como potencialidades y dificultades fundamentales, tanto en la etapa inicial y como final de la investigación.

La encuesta midió el estado del aprendizaje de las funciones como parte PEAM en la enseñanza preuniversitaria en décimo grado; tanto en el sentido de la enseñanza (profesores) y como en el de su aprendizaje (alumnos).

El cálculo porcentual fue utilizado en el procesamiento cuantitativo de la información relacionada con la pesquisa inicial y con los resultados relacionados con el experimento.

Durante la realización del trabajo se utilizó como población a los 220 alumnos de décimo grado del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” de ellos considerados como muestra los 30 pertenecientes al grupo 3 de décimo grado.

El informe que se presenta contiene en el desarrollo una descripción del enfoque metodológico general de la asignatura para la enseñanza preuniversitaria, haciendo énfasis en las exigencias metodológicas para el tratamiento de las funciones en los documentos rectores de décimo grado.

Para fundamentar la propuesta se exponen criterios, abordados desde la literatura internacional, relacionados con el aprendizaje de las funciones y se establecen los supuestos teóricos y metodológicos para la elaboración de aulas virtuales. También se realiza la descripción del estado actual del aprendizaje de las funciones a nivel mundial y en Cuba.

Se establece la estructura del aula virtual desde el punto de vista de su contenido matemático y de su forma de implementación. Por último, se ofrece una propuesta de aula virtual que cumple con las características deseadas, arrojadas en la investigación teórica, así como el proceso de aplicación de la misma en el IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez”.

La novedad de este trabajo radica en que ofrece un aula virtual que ayuda a lograr un adecuado nivel de partida para el estudio de las funciones en décimo grado, sistematiza todos los conceptos y tipos de funciones que el estudiante debe conocer hasta ese momento y ofrece otros conceptos y ejercicios que logran profundizar en los contenidos estudiados en el grado; dando cumplimiento a varios lineamientos del enfoque metodológico general de la asignatura Matemática.

La misma se convierte en una propuesta didáctica que dinamiza el aprendizaje de las funciones a partir de articular los escenarios tradicionales y virtuales de aprendizaje, de lograr variedad de enfoques en los ejercicios y de diferentes momentos en su uso, además de ser una opción para profundizar en este tema con miras en la Matemática Superior.

DESARROLLO

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la enseñanza preuniversitaria. Enfoque metodológico general

El objeto de estudio de la Didáctica como ciencia es el PEA. Addine (2004) define este término como un proceso pedagógico escolar que posee las características esenciales de este, pero se distingue por ser mucho más sistemático, planificado, dirigido y específico, por cuanto la interrelación maestro-alumno deviene en un accionar didáctico mucho más directo, cuyo único fin es el desarrollo integral de la personalidad de los educandos.

El PEA, a tenor de los acelerados cambios sociales y tecnológicos que suceden en la actualidad y de sus vínculos con los problemas globales contemporáneos, precisa de nuevos enfoques que promuevan aprendizajes cada vez más duraderos y aplicables a nuevas situaciones, que conjuguen la masividad y la calidad como desafíos planteados a la educación cubana.

El carácter sistémico de dicho proceso, según Castellanos, Reinoso y García (2002), presupone una interrelación entre los componentes (no personales) que lo conforman, los cuales son: objetivo, método, contenido, medios, evaluación y las formas de organización.

Cuando los principios de la Didáctica se aplican a una ciencia específica, en este caso la Matemática, se establecen las pautas para desarrollar el PEA de esa ciencia y quedan determinados los objetivos específicos a desarrollarse en dependencia de los diferentes contenidos y los medios propios en los que se apoya el aprendizaje de la misma. El resto de los componentes dependerán de las anteriores especificidades, fundamentalmente del objetivo que es el componente rector.

Un mayor aprovechamiento de las potencialidades de la asignatura Matemática para la formación integral de los alumnos ha sido el objetivo fundamental de investigaciones en el campo de la didáctica de la Matemática en estos últimos años. Ello ha contribuido a un cambio en el enfoque metodológico general de la asignatura.

Desde el curso 2004-2005 ciertos lineamientos o ideas claves para el trabajo metodológico de la asignatura se establecen para los diferentes subsistemas de Educación (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014), con vista al logro de sus objetivos y la consecuente elevación del interés hacia su aprendizaje. Ellos proponen:

1. Contribuir a la educación integral de los alumnos.
2. Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas.
3. Potenciar el desarrollo de los alumnos hacia niveles superiores de desempeño cognitivo y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.
4. Propiciar la reflexión, el análisis de los significados y formas de representación de los contenidos.
5. Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.
6. Realizar el diagnóstico sistemático de los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental, y de las formas de sentir y actuar de los alumnos.
7. Planificar, orientar y controlar el trabajo independiente de forma sistémica, variada y diferenciada.
8. Proyectar la evaluación en correspondencia con los objetivos del nivel, el grado y las unidades que promueva la discusión de alternativas y procedimientos, con el empleo de la crítica y la autocrítica, la evaluación y la autoevaluación.
9. Utilizar las TIC con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos.

Para el desarrollo de esta investigación se consideró necesario destacar:

Quinto lineamiento: Relacionado con la sistematización como la acción y el efecto de organizar algo según un sistema. La exigencia de sistematizar los contenidos dentro de cada unidad, grado y nivel, implica establecer nexos y relaciones de precedencia y consecuencia entre ellos para ordenarlos y estructurarlos, comprender conscientemente las analogías y diferencias, diferenciar lo esencial de lo no esencial, interiorizar cómo se reducen a casos particulares o se generalizan objetos y procesos al variar ciertas condiciones y apreciar las ventajas de resolver una tarea por una u otra vía (Ballester, 1995).

La integración se obtiene del proceso de sistematización por medio de la generalización y la diferenciación. Mediante la sistematización y la integración se logra racionalidad en el aprendizaje de los contenidos, que son interiorizados como piezas interconectadas de un todo mayor que obedece a determinados principios generales. La sistematización posibilita que los alumnos concienticen las relaciones

entre los conocimientos y las formas de proceder y pensar que les son inherentes, por eso se puede hablar también de la sistematización de habilidades y formas de la actividad mental.

Entre las diversas vías, propuestas por Ruiz (2007) para integrar conocimientos destaca, para el caso del aprendizaje de las funciones:

- Orientar la búsqueda de uno o varios conceptos que tengan una propiedad común que pueda expresarse con el concepto dado.
- Conducir a la búsqueda de uno o varios conceptos que se diferencien en una propiedad que se pueda expresar utilizando el concepto dado.
- Exigir la argumentación de una proposición utilizando diferentes vías.

La investigación pretende sistematizar los contenidos relacionados con funciones para el décimo grado, quedando estructurados la teoría y sus ejemplos, y por otro lado actividades prácticas que vinculan la misma con los diferentes tipos de funciones estudiadas en el grado. En la misma se aplican las vías propuestas por Ruiz (2007) para la integración de conocimientos y se añade el estudio de contenidos que profundizan en los estudiados en el grado.

Séptimo lineamiento: Se ocupa de la planificación, orientación y control del trabajo independiente, debe posibilitar dar cumplimiento a los objetivos determinados para el sistema de clases y la clase, teniendo como punto de mira los objetivos planteados para el nivel, grado o año, la asignatura y la unidad, lo cual permite asegurar su carácter sistémico (Arteaga, 2000).

Debe tenerse en cuenta que el preparar a los alumnos para el trabajo cooperativo es una exigencia del mundo laboral y social. En la escuela se favorece la gestión del conocimiento y, por ende, la socialización de la cultura general y las ideas matemáticas, se propicia el aprendizaje de recursos. Sin embargo, el trabajo individual de los mismos asegura la autonomía, la autodeterminación y autorregulación de cada uno, sin lo cual no puede haber éxitos en el aprendizaje.

El tiempo para la realización de las tareas debe ser variable, en dependencia del número y la dificultad de aquellas que se propongan. Por tanto, el trabajo independiente deberá planificarse a corto, mediano y largo plazo.

El resultado que se propone, se relaciona con el lineamiento anterior por ser fiel a los objetivos planteados para las funciones en el grado, permitir que pueda ser utilizado antes, durante y después de haber recibido este contenido y tener en

cuenta que el estudiante pueda trabajar de manera individual y colectiva. Además puede planificarse el uso del mismo fuera del horario docente y no se pierde la posibilidad del control de la actividad independiente del alumno por parte del profesor. Además los contenidos referidos anteriormente a la profundización pueden ser tareas orientadas a largo plazo.

Noveno lineamiento: Es fundamental en esta era digital, debe tenerse presente que hay alumnos que sólo asimilan la definición de un concepto, cuando esbozan o construyen representantes de este, por tanto debe disponerse de otros medios que propician que estos visualicen las abstracciones matemáticas y les resulte más fácil buscar argumentos para sus ideas.

Los sistemas de aplicación y en especial, los asistentes matemáticos, favorecen un tratamiento más profundo del contenido que se estudia mediante una actividad matemática más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero además contribuyen a activar y motivar a los alumnos hacia el estudio.

El desarrollo de medios de enseñanza con ayuda de asistentes, pero sobre todo de tareas diferentes a las que se orientan realizar con lápiz y papel, más demandantes del desarrollo de la personalidad de los alumnos en todos los sentidos, reviste en consecuencia una gran importancia. El fundamento, desde la didáctica de la Matemática, que justifica el uso de aulas virtuales como resultado científico de la investigación se encuentra en este lineamiento por cuanto establece la necesidad y pertinencia del uso de las TIC en el PEAM.

El tratamiento de las funciones, exigencias metodológicas

La interpretación correcta de expresiones tan simples y cotidianas como: “crecimiento o decrecimiento lineal”, “salto exponencial de la economía”, “procesos continuos o discontinuos”; “optimización del área de siembra”; “la afectación de la epidemia se comporta como una progresión geométrica”, lleva consigo el dominio, por parte del hombre común actual, de la teoría de funciones y sus aplicaciones. Por ello su estudio en los diferentes niveles de enseñanza es una necesidad. Autores como Álvarez, Almeida y Villegas (2014) realizan un desglose del contenido de funciones para cada uno de los niveles de enseñanza de la escuela cubana.

En la Educación Primaria, el alumno debe ser capaz de identificar patrones numéricos y geométricos complejos, en la medida que opera con representaciones gráficas y simbólicas, además, debe reconocer relaciones de proporcionalidad directa e inversa en diferentes contextos, lo cual contribuye al desarrollo del pensamiento funcional.

En la enseñanza Media Básica, el alumno debe identificar patrones dados, mediante diferentes formas de representación que describan situaciones de la realidad; en particular, de otras ciencias y de la técnica. También debe modelar situaciones de carácter político, económico, social o científico-ambiental, mediante funciones lineales, utilizando la forma de representación adecuada, en correspondencia con las condiciones establecidas en el problema planteado.

En la educación Preuniversitaria el alumno debe relacionar el gráfico con las propiedades de las funciones estudiadas, debe interpretar o describir fenómenos y procesos de la realidad que se modelan a través de funciones y sucesiones, sobre la base de las diferentes formas de representación (gráfica, analítica o descriptiva), atendiendo a las exigencias establecidas en cada problema planteado.

Para este último nivel de enseñanza la línea directriz “Correspondencias y funciones”, antes mencionada, exige el cumplimiento de los siguientes objetivos:

- Interpretar situaciones de carácter político, económico, social o científico-ambiental que se modelan mediante funciones elementales o funciones definidas por tramos y a partir de ellas, sobre la base del dominio de sus relaciones y propiedades poder pasar de una forma de representación a otra.
- Formular y resolver problemas intramatemáticos, en particular, relativos a la generalización y demostración de relaciones y propiedades de funciones elementales y a la determinación de algunas que satisfagan determinadas condiciones, haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemáticas para representar y comunicar sus ideas y aprovechando las utilidades de asistentes matemáticos.
- Formular y resolver problemas extramatemáticos que se modelan mediante funciones elementales y sucesiones o que requieran describir aproximadamente una curva empírica haciendo cambios de variables y aprovechando las ventajas de un asistente matemático, aplicando integradamente los conocimientos y habilidades de las distintas áreas

matemáticas y las adquiridas en otras disciplinas, de manera que puedan hacer valoraciones sobre hechos, fenómenos y procesos de la realidad.

- Aplicar el método de inducción completa a la obtención de nuevos conocimientos y a la determinación del término n -ésimo de una sucesión. (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p.70)

Por otra parte en el concepto función hay tres aspectos esenciales a tener en cuenta: uno es el de correspondencia, otro es el de covariación (variación conjunta de los argumentos y los valores de la función) y el tercero, es su carácter de objeto matemático con el cual se opera y se establecen relaciones.

Durante todo el trabajo con las funciones y sus propiedades deben tener representantes y no representantes de los conceptos que estudian. Es conocido que el concepto función se concibió sucesivamente como variación, proporción, gráfica, curva o ecuación hasta llegar a su definición actual. Por eso no es de extrañar que muchos alumnos consideren que una función es una curva, específicamente la trayectoria de puntos en movimiento, o una ecuación.

Expresiones como “dada la función $y = f(x)$ por la ecuación...” o “dada la curva $y = f(x)$...” se introducen en el lenguaje, y de este modo se transforman en metáforas que inducen a pensar que una función es o bien una ecuación o bien una curva. Esto explica también por qué los alumnos no reconocen a veces que un conjunto discreto de puntos en un sistema de coordenadas cartesiano puede representar una función, o que una sucesión es una función.

Los alumnos deben reconocer las ventajas y desventajas que puede tener trabajar con una u otra forma de representación de las funciones; por ejemplo, cómo para determinar con mayor exactitud ciertos valores funcionales o valores máximos o mínimos conviene pasar a una representación analítica, pero cómo para comprender globalmente el desarrollo de cierto fenómeno es mejor quizás una gráfica.

Esta línea directriz se entrelaza con todas las restantes, por varias razones, una por ser el concepto función fundamento para la definición o explicación de casi todos los contenidos matemáticos y, por otra parte, porque brinda grandes oportunidades para el desarrollo de las capacidades cognitivas, hábitos, convicciones y cualidades de la personalidad de los educandos.

Resumiendo, las dificultades más reconocidas en el aprendizaje de las funciones, según la bibliografía internacional consultada son: la forma en que es enseñado el

concepto, la forma de enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables, la errónea identificación de funciones con ecuaciones, las dificultades en el proceso de transferencia entre representaciones y la no comprensión del comportamiento e interpretación de la gráfica de una función, López y Sosa (2008), Cuesta, Deulofeu y Méndez (2010).

Por su parte, en el contexto cubano autores como Rodríguez, Pérez y Quero (2011, 2016), Rodríguez, Bernal y Pérez (2013) y Rodríguez, Ponce y Pérez (2016) refieren igualmente dificultades en la comprensión del concepto al obviar que es subordinado al concepto de relación binaria, no se reconocen las diferentes representaciones del concepto y se detectan dificultades en la transferencia entre ellas. Por otra parte la manipulación de funciones en diferentes contextos no es adecuada, sobre todo cuando la identificación de sus propiedades coincide con las soluciones de un problema.

Aspectos que caracterizan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones en décimo grado

Los alumnos de décimo grado continúan ampliando el estudio sobre las funciones, en este caso, se inicia con una sistematización de las funciones estudiadas en el nivel medio básico (lineales y cuadráticas) y se amplía con el tratamiento de las funciones modulares y potenciales de exponente entero “(...) de modo que les permita describir o interpretar fenómenos y procesos de la realidad y de otras asignaturas que se puedan modelar con el recurso de las funciones” (Rodríguez y Quintana, 2016, p.5).

Los objetivos del grado se definen a partir de los objetivos generales de la asignatura; al igual, las orientaciones metodológicas se adaptan a los contenidos específicos del grado y a las características de los alumnos de esas edades.

Entre las unidades contempladas en el plan temático del grado (Rodríguez y Quintana, 2016, p.27), la Unidad 3 “Funciones modulares y potenciales” con un total de 27 horas clases, es la que se destina al tratamiento de la línea directriz “Correspondencias y funciones”.

El desarrollo de las habilidades fundamentales relacionadas con las funciones estudiadas en el grado van dirigidas por objetivos particulares de la unidad como:

1. Describir mediante gráficos, ecuaciones funcionales o tablas el comportamiento de situaciones de la realidad que se modelan mediante funciones lineales, modulares, cuadráticas y potenciales, y se aplican sus propiedades.
2. Interpretar informaciones sobre situaciones de la realidad que se modelan mediante funciones lineales, cuadráticas, modulares y potenciales dados sus gráficos, sus ecuaciones o sus propiedades.
3. Determinar e interpretar las propiedades de las funciones, en particular de las funciones lineales, modulares, cuadráticas y potenciales, a partir de su representación algebraica y geométrica.
4. Elaborar conjeturas, fundamentar y demostrar relaciones, propiedades y determinar regularidades de las funciones lineales, modulares, cuadráticas y potenciales.
5. Formular y resolver problemas que se modelen mediante funciones lineales, modulares, cuadráticas y potenciales, sobre la base del dominio del concepto función según las demandas de la situación planteada.

A criterio de este autor no se habla explícitamente de la habilidad transferir, una de las más afectadas, pues con la correcta identificación de la misma se evita el error conceptual de identificar la función como una de sus representaciones, usualmente la analítica, La habilidad analizar también deberá estar presente, fundamentalmente en la resolución de problemas, ya que en este caso se tendrá que tener presente siempre el significado (en el contexto en que se desarrolle el problema) de las variables involucradas en el dominio y la imagen para no solo dar respuestas que sean válidas matemáticamente sino que sean lógicas desde el punto de vista del campo del conocimiento donde se enmarque el problema.

El desglose de los contenidos de esa unidad y su tiempo aproximado se describe también en el programa (Anexo 1), siendo fundamental dar cumplimiento a los objetivos de la asignatura en cada uno de ellos. Aspectos que distinguen el tratamiento de los contenidos matemáticos de esta unidad son:

- La sistematización de las propiedades globales de las funciones (dominio de definición, conjunto imagen, cero, signos y monotonía), a partir de las funciones lineal y cuadrática estudiadas en la enseñanza media básica.

- La representación gráfica en diferentes dominios de definición y realizar transferencias de las propiedades entre las diferentes representaciones de una función.
- La introducción del concepto de función modular como un ejemplo de función lineal por partes (a trozos o tramos), su representación gráfica y sus propiedades.
- El estudio de las funciones potenciales impares de exponente positivo y negativo, fundamentalmente $y = x^3$ y $y = x^{-1}$. El estudio de funciones potenciales pares de exponente positivo y negativo, $y = x^{2n}$ y $y = x^{-2n}$.
- La resolución de problemas intramatemáticos y otros relacionados con la representación gráfica e interpretación de datos sobre situaciones naturales, sociales, económicas y científicas en los que se aplique el concepto de función potencial.

Con respecto a los medios de enseñanza se hace necesario en esta unidad el uso del GeoGebra u otros asistentes matemáticos con el fin de realizar simulaciones y animaciones que permitan generalizar las propiedades y características de los cuatro grupos de funciones potenciales que estudiarán, así como para elaborar conjeturas sobre las funciones estudiadas de forma general. Se debe hacer uso además de los medios audiovisuales con el fin de aprovechar las potencialidades que brindan en este tema.

Estado actual del aprendizaje de las funciones en la enseñanza preuniversitaria

En los exámenes de ingreso a la educación superior en la provincia de Sancti Spíritus se seleccionó una muestra intencional, de alumnos aprobados en el examen de ingreso curso 2016-2017, con vistas a analizar el comportamiento de las preguntas relacionadas con el contenido matemático de funciones (Anexo 2).

En dicho examen los incisos 1.1 b) y 1.1.2 evaluaban la imagen de una función con dominio restringido y propiedades de la función logarítmica de base menor que uno, respectivamente.

En el caso 1.1 b), pregunta de verdadero o falso, la respuesta es cero si erróneamente responde “verdadero”, 2 si responde “falso” (respuesta correcta) pero

no justifica correctamente, y 3 si responde “falso” con una correcta justificación; respuesta esta última que tomaremos como la completamente correcta.

El caso de 1.1.2 se comporta de una mejor manera, al menos acorde al rango de notas del alumno.

Tabla 1. Resultados de las preguntas relacionadas con funciones en examen de ingreso a la Educación Superior curso 2016-2017.

RANGO NOTA	1.1 b)			1.1.2		% Rtas incorrectas de 1.1 b)	% Rtas incorrectas de 1.1.2
	0	2	3	CORRECTO	INCORRECTO		
$60 \leq x < 70$	23	10	1	11	23	97.05	67.64
$70 \leq x < 80$	22	8	0	12	18	100	60.0
$80 \leq x < 90$	25	9	3	12	25	91.89	67.56
$90 \leq x < 100$	29	15	19	49	14	77.77	22.22

Analizando los resultados anteriores se infiere la necesidad de proponer acciones que logren elevar los niveles de aprendizaje en el tema de funciones en la enseñanza preuniversitaria.

Por otra parte, y de manera particular en el décimo grado del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” en el curso escolar 2016-2017, como resultado del muestreo de pruebas parciales y finales las dificultades fundamentales detectadas en el aprendizaje de las funciones coinciden con los aspectos destacados en la introducción como de mayores dificultades en el aprendizaje de las mismas, ver Anexo 3.

Para medir el nivel de aprendizaje de las funciones alcanzado por los alumnos en décimo grado, se utilizarán tres dimensiones: la cognitiva, la procedimental y la dimensión y la motivacional.

Para determinar los indicadores de la dimensión cognitiva (D1) se tuvo en cuenta la comprensión del concepto de función, de conceptos subordinados y propiedades, considerando los siguientes indicadores:

1. Conoce el concepto de función.
2. Conoce el concepto de representación.
3. Conoce las definiciones de los conceptos subordinados y propiedades.

La dimensión cognitiva se asume como el conocimiento que debe poseer el alumno relacionado con funciones: qué es una función (dominio, codominio y conjunto de pares ordenados con determinadas características), que es una representación de una función (cuántas formas hay de representarlas) y cuáles son sus propiedades (imagen, cero(s), monotonía, simetría, signo, etc) y conceptos subordinados (máximo, mínimo, restricción, función definida por partes, etc).

Los indicadores de la dimensión procedimental (D2) son:

1. Identificar funciones en diferentes formas de representación.
2. Transferir entre representaciones de una misma función.
3. Identificar las propiedades de una función que se estudian hasta ese grado.

La dimensión procedimental se asume como el conjunto de habilidades (identificar, transferir, representar, analizar, calcular, determinar), hábitos y procedimientos para operar con el objeto matemático función.

Finalmente, los indicadores de la dimensión motivacional (D3) son:

1. Interés por resolver tareas intramatemáticas relacionadas con funciones.
2. Disposición por resolver problemas extramatemáticos relacionados con funciones.

Esta última permite valorar la motivación que poseen los estudiantes para resolver problemas relacionados con funciones.

Hasta el momento esta investigación destaca la importancia del aprendizaje de las funciones, las dificultades que existen en el aprendizaje de las mismas en diferentes contextos y la posibilidad de utilizar las TIC en el PEAM para elevar la eficiencia del mismo. Es por ello que se analiza el uso de un aula virtual para elevar estos niveles de aprendizaje y aumentar la disposición e interés de los estudiantes por resolver tareas relacionadas con funciones.

El aula virtual. Estado del arte

El intelecto humano comenzó su desarrollo a partir de un aprendizaje espontáneo, auto-dirigido y auto-regulado, como necesidad de sobrevivir en los inicios de la incipiente civilización. Pasaron miles de años y se comienza la enseñanza dirigida por maestros de diferentes saberes y a partir de entonces es que se comienza una concientización del PEA.

El maestro, posteriormente profesor, controló de manera férrea en un inicio y más flexiblemente después este proceso. Era el decisor de los objetivos y contenidos de la enseñanza respondiendo a un sistema, sea estatal o privado. A partir de los años 80 se introduce el uso de las TIC en estos procesos y ya en el siglo XXI, se habla de autoaprendizaje, el mismo auto-dirigido y auto-regulado, pero mediado por la tecnología y sobre la base de un cúmulo de contenidos y relaciones depositadas en la Web 2.0¹ con miras a la 3.0².

En Cuba es interés del sistema educacional desarrollar y modernizar el PEA, por lo que desde hace años es requisito el uso de las TIC en todos los niveles y más recientemente exige favorecer nuevos entornos personales de aprendizaje que involucren el uso de sistemas de gestión de aprendizaje virtuales; aspecto que es defendido por Fleites, Valdés y Hernández (2015), García (2014), Álvarez, Martínez y Morales (2016), Pérez, Barreto y Wilson (2016), Graelles, López y Ponte (2016).

Pero, ¿qué se entiende por Entorno Personal de Aprendizaje (EPA, más conocido como PLE del inglés Personal Learning Environment)? ¿Qué se entiende por sistema de gestión de aprendizaje virtual (SGA, más conocido como LMS del inglés Learning Management System)?

Los **Entornos Personales de Aprendizaje** (EPA) han sido definidos por varios autores como Adell y Castañeda (2010); Ampudia y Trinidad (2012); Attwell (2007); Biel, García y González (2011) y Hurtado, Fuentes y Alonso (2016) entre otros). Todos ellos coinciden que el término surge a partir del desarrollo de las TIC, aunque hay dos tendencias una a identificarlo sólo con el aprendizaje virtual y otros que considera cualquier fuente de aprendizaje virtual o no.

Adell y Castañeda (2010), por otro lado, apuntan la existencia de dos corrientes en la definición, una centrada en las estructuras tecnológicas y otra que enfoca su atención sobre los aspectos pedagógicos.

En la primera línea teórica la característica común es que un EPA es compuesto por todas las herramientas que se utilizan en la vida cotidiana para el aprendizaje apoyada en las TIC. Graham Attwell (2007), uno de los creadores del concepto EPA, lo concibe como:

¹ Web 2.0 es un concepto que se acuñó en 2003 y se refiere al fenómeno social surgido a partir del desarrollo de diversas aplicaciones en Internet. Se clasifican en este tipo las páginas que ofrecen interacción y se actualizan con los aportes de los usuarios.

² Web 3.0 se identifica con lo que se conoce como web semántica. Los usuarios y los equipos, en este marco, los usuarios pueden interactuar con la red mediante un lenguaje natural.

Parte de una idea que integra «las presiones y los movimientos», como el aprendizaje permanente, el aprendizaje informal, estilos de aprendizaje, nuevos enfoques de evaluación y herramientas cognitivas. Por otra parte, el PLE se inspira en el éxito «de unión» de las nuevas tecnologías en el software de computación «contextual» y social. (p.1)

Por otro lado, Chatti, Jarke, Indriasari y Specht (2009) definen los EPA como una colección autodefinida de servicios, herramientas y dispositivos que ayudan a los estudiantes a construir sus redes personales de conocimiento, poniendo en común nodos de conocimiento tácito (ej. Personas) y nodos de conocimiento explícito (ej. Información).

Los EPA (utilizando el enfoque tecnológico) hacen que se pierda el modelo del maestro/educador/formador como eje central de personalización del saber. El conocimiento es creado a partir de la interacción entre los usuarios y los medios de manera espontánea.

En cuanto al enfoque pedagógico, autores como Adell y Castañeda (2010) y Barroso, Cabero y Vázquez (2012), describen los EPA como el conjunto de herramientas, fuentes de información, conexiones y actividades que cada persona utiliza de forma asidua para aprender.

Por su parte, Adell (2014) expresa que a pesar de que se ha acuñado hace pocos años, un EPA se ha tenido y se tiene desde hace milenios y a este criterio se acoge el autor, teniendo como punto de vista que sólo ha existido una evolución de los mismos en la cual, a tono con los tiempos modernos, no se conciben sin la inclusión de las TIC.

El EPA estará constituido, en la presente investigación, por un entorno físico presencial, que se desarrolla en el aula y uno virtual que el estudiante desarrollará en la web, a tono con la anterior definición de Adell (2014) que es la que se asume.

El entorno virtual en la web, a que se hace referencia anteriormente, es conocido como **Entorno Virtual de Aprendizaje** (EVA) y es un espacio educativo alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica (Wikipedia, 2015). De acuerdo con esta definición un EVA posee cuatro características básicas:

- es un ambiente electrónico, no material en sentido físico, creado y constituido por las TIC,

- está hospedado en la red y se puede tener acceso remoto a sus contenidos a través de algún tipo de dispositivo con conexión a Internet,
- las aplicaciones o programas informáticos que lo conforman sirven de soporte para las actividades formativas de docentes y alumnos,
- la relación didáctica no se produce en ellos “cara a cara” (como en la enseñanza presencial), sino mediada por las TIC.

Por ello, los EVA permiten el desarrollo de acciones educativas sin necesidad de que docentes y alumnos coincidan en el espacio o en el tiempo. Estos entornos presentan una dimensión tecnológica y una dimensión educativa.

La dimensión tecnológica está constituida por las herramientas o aplicaciones informáticas con las que está construido el entorno, las cuales sirven de soporte o infraestructura para el desarrollo de las propuestas educativas.

Igualmente se precisa que la dimensión educativa está representada por el PEA que se desarrolla en su interior y las acciones formativas que de este se deriven, o sea esta dimensión es la unión de instrucción y educación. Esta dimensión marca que se trata de un espacio humano y social, esencialmente dinámico, basado en la interacción que se genera entre el docente y los alumnos a partir del planteo y resolución de actividades didácticas.

Coincidiendo con Villada (2013), en la educación actual se debe fomentar este tipo de ambientes de aprendizaje de una forma interactiva, donde el docente tiene un papel como asesor y facilitador, comprometido realmente con el aprendizaje de sus alumnos propiciándoles el desarrollo de habilidades y modos de trabajo innovadores (competencias), en los cuales puedan utilizar las TIC, materiales didácticos, recursos de información y contenidos en un ambiente de aprendizaje ameno y motivador en beneficio de la educación.

Como sustrato tecnológico de los EVA aparecen desde hace varios años los **Sistemas de Gestión de Aprendizaje** (SGA) que no son más que paquetes informáticos sobre la web con fines educativos. Una plataforma educativa web integra un conjunto de herramientas para la enseñanza-aprendizaje en línea, permitiendo una enseñanza no presencial (e-learning) y/o una enseñanza mixta (b-learning), donde se combina la enseñanza en Internet con experiencias en la clase presencial (Ramboll (2004) y Jenkins, Browne y Walker (2005)).

Esto lleva a pensar en todo un futuro de posibilidades que se puede hacer en beneficio siempre de la educación, para lograr niveles de aprendizaje a tono con las competencias que deben desarrollarse en un estudiante del siglo XXI.

Estos sistemas de enseñanza virtual se apoyan en una plataforma basada en web que pueden ser múltiples sistemas comerciales existentes (Web-CT, Virtual-U, Top Class, etc.) o de libre distribución (ATutor, ILIAS, Moodle, etc.); Villada (2013).

Los productos anteriores proporcionan servicios útiles para la enseñanza a distancia como son herramientas para la comunicación sincrónica y asincrónica, herramientas para la gestión de materiales de aprendizaje y herramientas para la gestión, seguimiento y evaluación de los alumnos.

Sobre esas plataformas se desarrollan las **Aulas Virtuales** (AV) como un nuevo concepto en educación a distancia que ya se utiliza en muchas universidades a nivel mundial y en algunas otras entidades dedicadas a la ayuda y apoyo de los alumnos.

El concepto de AV se ha venido desarrollando desde la década de los ochenta, éste término se le adjudica a Hiltz (1994) quien la define como el empleo de comunicaciones mediadas por computadores para crear un ambiente electrónico semejante a las formas de comunicación que normalmente se producen en el aula convencional.

Es importante destacar que el AV no debe ser sólo un mecanismo para la distribución de la información, sino que debe ser un espacio donde las actividades involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje puedan tomar lugar, es decir, debe permitir interactividad, comunicación, aplicación de los conocimientos, evaluación y manejo del curso virtual.

El AV fomenta, en dependencia de su uso, el aprendizaje por descubrimiento, el cual es una metodología que plantea problemas y ofrece recursos para elaboración autónoma de conocimiento. Por lo tanto, el aprendizaje en éstas se construye mediante la realización de actividades individuales, así como también realizando actividades de manera colaborativa.

El entorno de aprendizaje de un AV debe permitir, según WordPress (2015):

- Aprender haciendo; donde el participante tiene experiencia activa con la información de manera individual o grupal.
- Comunicación; que permite una estrecha y constante comunicación entre el tutor en línea y los participantes.

- Organización; impulsada por la clara definición de los objetivos perseguidos por el plan de adiestramiento, plasmados en los recursos y actividades.

Las AV se han convertido en una opción viable para un gran número de docentes e instituciones de los diferentes sistemas y niveles educativos. Así, este ha dado lugar al nacimiento de espacios y sitios, en la web, dirigidos a la enseñanza y con la idea de hacer un uso educativo de Internet, apunta García (2014).

El mismo autor refiere que los estudios sobre las aulas virtuales se orientan al empleo de estos espacios tecnológicos en la educación virtual o como apoyo a la docencia presencial. Sin embargo, es común que ambas orientaciones convengan en que un AV no debe ser solo un mecanismo para distribuir información, sino un sistema donde las actividades involucradas en el proceso de aprendizaje puedan tomar lugar, es decir que deben permitir interactividad, comunicación, evaluación investigación y aplicación de los conocimientos.

Además de la respuesta inmediata que el alumno logra en la ejercitación, el AV debe proveer un espacio donde el alumno sea evaluado en relación a su progreso y a sus logros. Ya sea a través de test en línea, o el uso de algún método que permita medir el avance de los alumnos, es importante comprobar si se alcanzaron los objetivos de la clase, y con qué nivel de éxito en cada caso.

El alumno debe también ser capaz de recibir comentarios acerca de la exactitud de las respuestas obtenidas, al final de una unidad, módulo o al final de un curso. Y esta evaluación debe estar revestida de la seriedad y privacidad en el trato que cada evaluación requiere. El AV debe proveer el espacio para que los alumnos reciban y/o envíen sus trabajos al equipo docente y que luego éste pueda devolver por el mismo medio (Pagano y Buitron, 2009).

Las aulas virtuales pueden, empleando la red y los materiales digitales educativos contribuir a formar las nuevas generaciones de profesionales. Su respaldo a la docencia presencial es una opción económica y eficiente disponible para los países de bajos recursos.

La educación a través de aulas virtuales descubrió las posibilidades de emplear recursos que en las condiciones cubanas son muy difíciles de utilizar: libros, fotos, mapas, tablas que serían incosteables en su versión de papel ahora están disponibles de forma digital, García (2014).

Sin duda, y a criterio de este autor, es un sistema donde el alumno autogestiona el conocimiento y tiene una mayor responsabilidad en su propio aprendizaje. Se rompen las barreras físicas del aula y del momento de la clase, la dirección del proceso por parte del docente es todo cuanto puedan recoger los documentos, multimedia e interconectividades que puedan establecerse, desde el inicio de los cursos hasta su evaluación.

En García (2014) se clasifican las aulas virtuales en 3 tipos, después de un estudio realizado al universo virtual de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Fran País García” de Santiago de Cuba:

- Tipo I: tiene como función principal presentar el contenido a los alumnos aprovechando las posibilidades de los materiales digitales y las herramientas del AV.
- Tipo II: se caracteriza por aulas virtuales que tienen como función orientar la ejecución de actividades empleando las herramientas del AV.
- Tipo III: se caracteriza por emplear las aulas virtuales para evaluar el aprendizaje de los alumnos.

En el estudio de la bibliografía se ha encontrado la utilización de AV en el aprendizaje a distancia, fundamentalmente en la formación postgraduada para cursos de maestría y de recalificación, utilizadas de forma e-learning. Otro gran grupo hace un uso b-learning de AV en el aprendizaje de asignaturas de pregrado, enfocadas mayormente en la educación superior. La menor cantidad se ubica en la educación media y en asignaturas de ciencias. Es por ello que se deberá estudiar en mayor profundidad qué se conoce del uso de las AV para el aprendizaje de temas relacionados con el PEAM.

Antecedentes del uso de aulas virtuales para el aprendizaje de funciones

El PEA de cualquier materia transita de modo satisfactorio a partir de un accionar didáctico que logre cumplir los objetivos previstos en los cuales se encuentran contenidos los conocimientos y habilidades en función de lograr las capacidades deseadas en el alumno. Esto se logra utilizando diferentes métodos y medios que deberán ponerse en función de los objetivos, y dependerán del conocimiento y la experiencia en la docencia del profesor y de los estilos de enseñanza que estén presentes en esa época y lugar.

En correspondencia con lo anterior, se reconoce que los estilos han cambiado según las épocas históricas, en el caso de las matemáticas hubo un inicio muy “pesado” en el que todos los cálculos y representaciones eran manuales, una segunda etapa en la que hubo un respiro con la aparición de las calculadoras científicas en las que se humanizaron las complejas operaciones matemáticas y en el momento actual predomina el uso de las TIC.

Dentro de las TIC se comenzó con el uso de asistentes matemáticos de ayuda a la docencia y, en la actualidad, de manera paralela al desarrollo de éstos, existen formas de impartir docencia en las que se puede prescindir del docente en algunos momentos de este proceso (que continúa aun en su ausencia dirigiendo el mismo), como lo son el uso de aulas virtuales.

Existen antecedentes del uso de aulas virtuales para el tratamiento de contenidos matemáticos, en general, y de funciones matemáticas en particular:

1. Curso gratis de Funciones Matemáticas www.aulafacil.com/cursos/t674/ciencia/matematicas/funciones-matematicas
2. Interpretación de funciones <https://www.youtube.com/watch?v=kE28TtPkm0E>
3. Funciones matemáticas <https://www.youtube.com/watch?v=tZUcnTCniTQ>
4. Curso virtual como herramienta didáctica para el aprendizaje de la función cuadrática www.bdigital.unal.edu.co/9459/7/43492560.2013.pdf
5. Matemáticas: gráficas de funciones y sus relaciones aulavirtual.tecnologico.comfenalcovirtual.edu.co/aulavirtual/mod/url/view.php?i
6. Aula virtual de matemática www.zapmeta.ws/Aula+Virtual+De+Matematica

Existen varias aulas virtuales en centros educacionales fuera del país que tratan de una forma u otra el tema de funciones. Algunas son muy amplias con respecto al tema y otras demasiadas enfocadas en una sola familia de funciones, ninguna de las aulas virtuales encontradas responden a las necesidades de esta investigación, que responde a las exigencias del estudio de las funciones del décimo grado de la escuela cubana actual. Por lo que se decidió seguir adelante con la aplicación de la propuesta de esta investigación.

De igual forma algunos informes de investigación hacen referencia a trabajos muy similares al que ocupa la presente investigación como “Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa *Gabriel García Márquez*

utilizando Moodle”, donde Villada (2013) expone los resultados alcanzados tras implementar un curso virtual para fomentar el aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Este informe de trabajo final presenta los resultados de la implementación de un curso virtual para la enseñanza-aprendizaje de las Funciones cuadráticas mediante la utilización de la plataforma Moodle, basado en las aplicaciones, la conceptualización, el planteamiento y resolución de problemas, diseñado para los estudiantes del grado 9no 3 (grupo experimental) de la mencionada institución. Después de su aplicación, se realiza el análisis comparativo con el grado 9no 2 (grupo control) donde se trabajó el mismo tema de forma tradicional, para confrontar las diferencias que se presentan en el rendimiento académico. El resultado de la aplicación resultó satisfactorio desde todos los parámetros medidos en la investigación.

Otros como Sánchez (2015) analizan la incidencia de la plataforma Moodle en el uso de las estrategias de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas, específicamente sobre las funciones reales impartidas en la educación media; el mismo plantea:

El aprendizaje en las aulas virtuales, dispone de una serie de estrategias para el aprendizaje emergente por la recién aparición de la modalidad educativa digital, particularmente destaca el estudio de casos de corte tradicional, empleada esta estrategia para la aplicación del conocimiento de los alumnos en la resolución de los problemas. (p.45)

En esta AV se parte de una situación educativa (principalmente problemas de aplicación) tratada en un foro y a partir de ella se introduce la función en cuestión (lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas) para el desarrollo de las competencias matemáticas propuestas en el diseño de la misma.

En Cuba autores como Álvarez, Martínez y Morales (2016) refieren el uso de aula virtual para aprendizaje de seguridad informática; por otra parte Pérez, Barreto y Wilson (2016) aplican un AV en la asignatura Operaciones Unitarias; Graelles, López y Ponte (2016) utilizan entornos de aprendizaje para matemática en primer grado, entre otras investigaciones; ninguna de ellas afines con esta investigación en lo que a su contenido respecta.

Hasta este momento no se ha tenido referencias de aula virtual para el tratamiento de funciones en ningún nivel de enseñanza en Cuba. Incluso el portal cubano Cubaeduca (www.cubaeduca.cu) en su sección dedicada a décimo grado y a la asignatura Matemática no aparecen ni siquiera en los contenidos relacionados con funciones (Anexo 4).

Cabe destacar que los autores consultados coinciden en que lo fundamental es conocer el accionar de la didáctica de las funciones, saber organizar, dosificar y planificar adecuadamente los contenidos y el uso del aula virtual para lograr los resultados esperados, de ahí la importancia del rol del profesor ya que sin sus conocimientos el AV sería una articulación disfuncional e ilógica de contenidos relacionados con un tema.

En la totalidad de las investigaciones, relacionadas con aulas virtuales relacionadas con funciones, la aplicación de las mismas garantiza una mejora del aprendizaje de los contenidos.

Estructura del aula virtual para el aprendizaje de funciones en décimo grado

El aula virtual queda estructurada a partir del estudio de los lineamientos para el desarrollo del PEA, las orientaciones contenidas línea directriz “Correspondencias y funciones” y del estudio de los documentos que rigen el PEA de las mismas en décimo grado, dígame programa de la asignatura. Se elaboraron materiales docentes para definir e ilustrar mediante ejemplos conceptos relacionados con las funciones y otros materiales con ejercicios e indicaciones para el control de los mismos en algunos casos.

Aunque inicialmente no estuvo concebido un módulo de actividades relacionadas con la secundaria básica, debido a las dificultades que se detecta presentan los estudiantes al arribar al preuniversitario, es que se concibe un módulo que denominamos “Preparatoria” para este nivel. El mismo está constituido a su vez por dos módulos: uno para al repaso de los contenidos y ejercicios básicos (Repasa SBásica) y otro de profundización con ejercicios de mayor nivel (Evalúate). Esta “Preparatoria” puede ser utilizada antes de impartir la Unidad 3, relacionada con funciones en el programa de décimo grado, para garantizar un adecuado aseguramiento del nivel de partida.

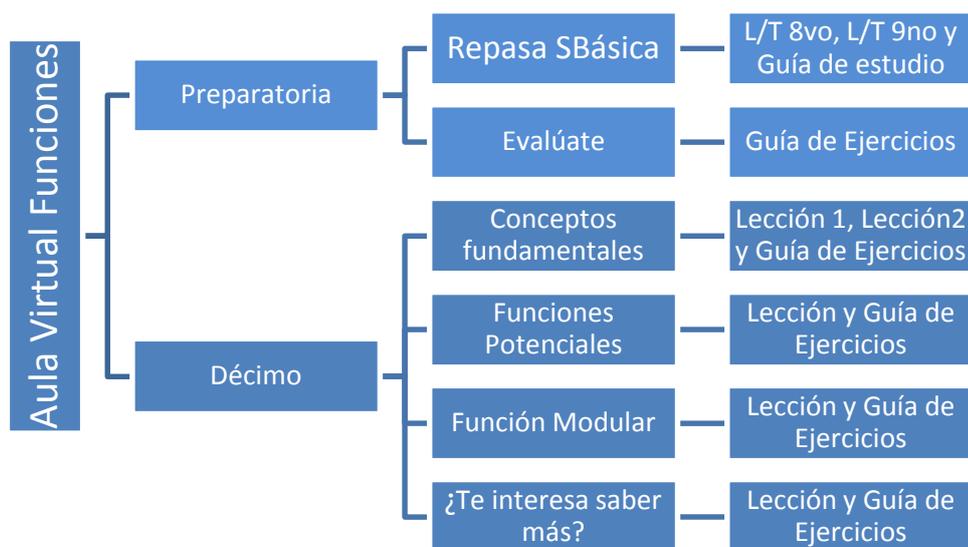


Figura 1. Esquema del aula virtual “Funciones”.

El contenido matemático relacionado con funciones de décimo grado se encuentra distribuido en tres módulos: Conceptos fundamentales, Funciones Potenciales y Función Modular.

Además está precedido por un módulo para la profundización en el estudio de las funciones, donde se abordan nuevos conceptos relacionados con las mismas y se retoman y amplían otros ya estudiados; todos al alcance de un estudiante del grado y será ejecutado por orientación del profesor a los estudiantes de mayor desempeño en el tema.

Los ejercicios orientados por el profesor, que aparecen en el AV Funciones, tienen en los casos que lo requiera, la forma para hacer llegar las respuestas al profesor y la vía se explica en el propio ejercicio, aunque el uso que el profesor le dé (evaluativo o no evaluativo) es lo que hará que el aula en algunos casos se comporte como de tipo II o de tipo III.

Una descripción más detallada del contenido de los módulos se ofrece a continuación:

Preparatoria:

Repasa SBásica: Contiene los libros de texto de 8vo y 9no, propuestos para las transformaciones y una Guía de Estudio con orientación de ejercicios para la sistematización de las funciones lineal y cuadrática estudiadas en esos grados.

Evalúate: Contiene ejercicios extraídos de los exámenes de ingreso al IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez”, que se relacionen con el tema de las funciones.

Décimo:

Conceptos Fundamentales: Contiene dos lecciones: una relacionada con los conceptos de función, imagen de una función y representación de una función. Otra relacionada con conceptos subordinados al concepto de función, más conocidos como propiedades de una función: interceptos, signo, monotonía (solamente la estricta), simetría y extremos. Contiene además una Guía de Ejercicios relacionada con las dos lecciones anteriores utilizando para la ejercitación de esos conceptos las funciones estudiadas en la Secundaria Básica, ya que todavía no se han expuesto en esta aula las nuevas del décimo grado. (Anexo 5)

Funciones Potenciales: Contiene una lección con aspectos teóricos y ejemplos de todos los tipos de funciones potenciales y una Guía de Ejercicios relacionada con éstas que sistematiza además los conceptos estudiados en el módulo anterior. (Anexo 6)

Función Modular: En una lección introduce el concepto de función definida por partes, a partir del mismo el concepto de función modular y mediante una Guía de Ejercicios sistematiza las funciones modulares y los conceptos abordados en el módulo “Conceptos Fundamentales”. (Anexo 7)

¿Te interesa saber más?: Contiene una lección que aborda aspectos teóricos relacionados con las lecciones anteriores, que no se imparten en el grado. Se profundiza en:

- Otros tipos de simetría: con respecto a ejes $x = a$ y puntos.
- Conceptos de función acotada, supremo e ínfimo; relacionándolos con los ya estudiados de máximo y mínimo.
- Sistematiza todos los tipos de transformaciones que se pueden realizar a las funciones: traslación, ampliación, contracción y reflexión; se introduce la reflexión con respecto al eje “y” y la transformación módulo.
- Sistematiza el concepto de restricción de una función, introduce el concepto de prolongación de una función para definir de modo más amplio el concepto de función definida por partes. Ejemplifica con otros tipos de funciones que no son las modulares el concepto de función

definida por partes. Contiene una guía de ejercicios que vincula todos estos nuevos conocimientos con las funciones estudiadas hasta el momento. (Anexo 8)

Para que todos estos contenidos desarrollados desde la didáctica de la Matemática se implementen en un AV tienen que ser soportados en un SGA y alojados en la web. En este caso se escoge la aplicación web Moodle³, diseñada para crear y gestionar plataformas educativas, es decir, espacios donde un centro educativo, institución o empresa, gestiona recursos educativos proporcionados por unos docentes y organiza el acceso a esos recursos por los estudiantes, y además permite la comunicación entre todos los implicados (alumnado y profesorado). (Baños, 2007)



Figura 2. Logotipo de la web Moodle.

Características técnicas de la propuesta

La palabra Moodle, en inglés, es un acrónimo para Entorno de Aprendizaje Dinámico Modular, Orientado a Objetos (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment), lo que resulta fundamentalmente útil para los desarrolladores y teóricos de la educación. También es un verbo anglosajón que describe “el proceso ocioso de dar vueltas sobre algo”, “haciendo las cosas como se vienen a la mente”, en fin, una actividad amena que muchas veces conllevan al proceso de comprensión” y, finalmente, a la creatividad. Las dos acepciones se aplican a la manera en que se desarrolló Moodle y a la manera en que un estudiante o docente podría aproximarse al estudio o enseñanza de un curso on-line.

La implementación de la propuesta se llevó a cabo con la aplicación web Moodle en su versión 3.1, conocida por ser una aplicación multiplataforma y de distribución libre bajo la licencia GNU (General Public License). Es necesario para el correcto funcionamiento de la aplicación tener soporte para Pre Hypertext–processor (PHP)

³ Para más información ver cursos de demostración y documentación disponibles en el sitio Web oficial de Moodle <http://moodle.org>

en el servidor donde se vaya a desplegar, así como soporte para base de datos que puede ser MySQL, MariaDB o PostgreSQL.

Para la puesta en práctica del AV se utiliza a modo de servidor del servicio la PC del administrador de la red del centro (IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez”), que cuenta con sistema operativo Microsoft Windows 10, con una memoria RAM de 8GB y un procesador Intel Core i5; características suficientes para soportar la versión para Microsoft Windows de la plataforma de servidor de XAMPP en su versión 3.2.2, la cual cuenta con soporte para PHP v5.6.28 por medio de Apache v2.4.23 y MariaDB v10.1.19. El Moodle se desplegó en el servidor utilizando el módulo de Bitnami Moodle v3.2.2-0. La PC donde se encuentra desplegada la aplicación es accesible desde toda la red del IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez” y el servicio del AV es accesible bajo el alias moodle en este servidor. Para el correcto funcionamiento y visualización de la plataforma por parte de los clientes es necesario, primeramente encontrarse registrado en la intranet de la institución, además de poseer un navegador actualizado, se recomienda Firefox o Chrome; en todas las máquinas de los laboratorios de la institución se encuentra instalado Firefox.

El AV Funciones también se encuentra disponible en la plataforma Moodle de la Universidad de Sancti Spíritus (Uniss) que se encuentra alojada en un servidor con sistema operativo Debian 9.0 bajo el dominio de dicha universidad y accesible en la dirección <https://pregrado.uniss.edu.cu> (Anexo 9), cuenta con soporte para PHP y MySQL.

Antes de que los estudiantes hicieran uso del aula se hicieron varias pruebas para hacer ajustes en su uso por parte de los tutores de la investigación y otros profesores del centro que colaboraron en esa etapa. Hay que destacar que los estudiantes no necesitaban adiestramiento adicional para el uso de este recurso por poseer todas habilidades de navegación en internet y dispositivos como móviles inteligentes y tabletas.

Resultados obtenidos en el nivel de aprendizaje de las funciones luego de utilizar el aula virtual Funciones

Antes de la puesta en funcionamiento del AV existía un nivel promedio en los conocimientos de los estudiantes de la muestra sobre el tema de funciones. Nivel que se pudo medir por medio de la aplicación de un instrumento (Anexo 10),

mediándose también los niveles de motivación de los estudiantes para realizar ejercicios relacionados con funciones (Anexo 11).

El aula virtual “Funciones” estuvo activa para los estudiantes por un período de tres semanas, donde con el apoyo del profesor de informática y técnicos de los laboratorios los estudiantes tuvieron la posibilidad de interactuar con ella en los laboratorios del centro sin dificultades, tanto durante los turnos de informática como en su tiempo de ocio. Durante todo el proceso los estudiantes participaron de forma individual en el trabajo con el Aula Virtual, sin supervisión directa del profesor.

Los resultados de los estudiantes en cada actividad fueron recogidos mediante un recurso Repositorio, existente en cada módulo del aula virtual, con la finalidad de recoger los ficheros y materiales subidos por los estudiantes, requeridos en las actividades o no. Gran cantidad de las actividades de cada módulo fueron planificadas con los recursos Ensayo y Fichero, por lo que los estudiantes necesitaron tiempo fuera de los laboratorios para resolver y redactar las respuestas de los ejercicios y preparar los ficheros que debían enviar.

Con el fin de verificar el cumplimiento del objetivo de esta investigación luego de haber puesto en práctica el AV, se decide aplicar dos instrumentos (Anexos 12 y 13) que abarcan y evalúan los indicadores propuestos, con el fin de conocer el nivel de aprendizaje y los niveles de motivación alcanzados con la propuesta.

Para el diseño de estos instrumentos fue necesario establecer valores a cada uno de los indicadores evaluados, los mismos se establecieron según la respuesta de los estudiantes a los indicadores de las dos primeras dimensiones, en correcto o incorrecto. Mientras que para los indicadores de la tercera dimensión se definieron los valores muy alto, alto, medio y bajo, tanto para el interés como para la disposición. (Anexo 14)

Los indicadores de las dimensiones cognitiva y procedimental responden a los contenidos relacionados con el concepto de función, así como sus propiedades y formas de representación; teniendo en cuenta además las habilidades para la representación de función y transferencia entre representaciones, además de la identificación de sus propiedades, los cuales constituyen contenidos abordados en clases antes de la puesta en práctica del AV.

El primer instrumento aplicado consistió en una evaluación-encuesta (Anexos 10 y 11) antes de que fuese aplicada en AV, posteriormente se aplicó un instrumento

similar (Anexos 12 y 13) donde el estudiante debía, utilizando sus conocimientos y las habilidades adquiridas en el AV, contestar a una serie de preguntas que evalúan los indicadores planteados.

Se pudo apreciar que los estudiantes, después de aplicada la propuesta, poseen dominio tanto del concepto de función como de los conceptos subordinados a este; son capaces de transferir, sin niveles de dificultad, funciones de una representación a otra, así como identificar el tipo de representación que le es dada. Siendo éstos los avances más significativos logrados en el aprendizaje de las funciones.

Luego de aplicar los instrumentos y analizar los resultados de las dimensiones 1 y 2 (Anexo 15) es posible plasmarlos en el siguiente gráfico:

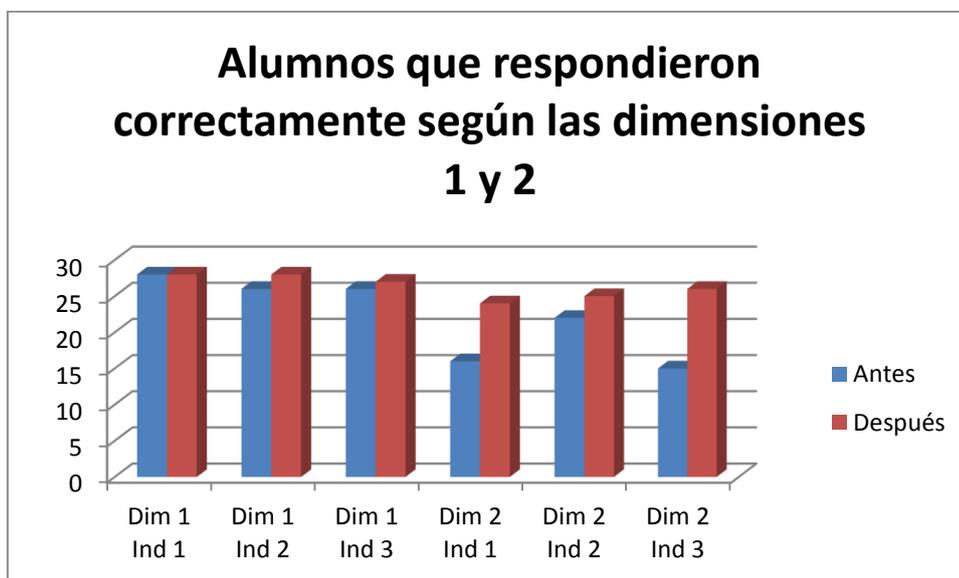
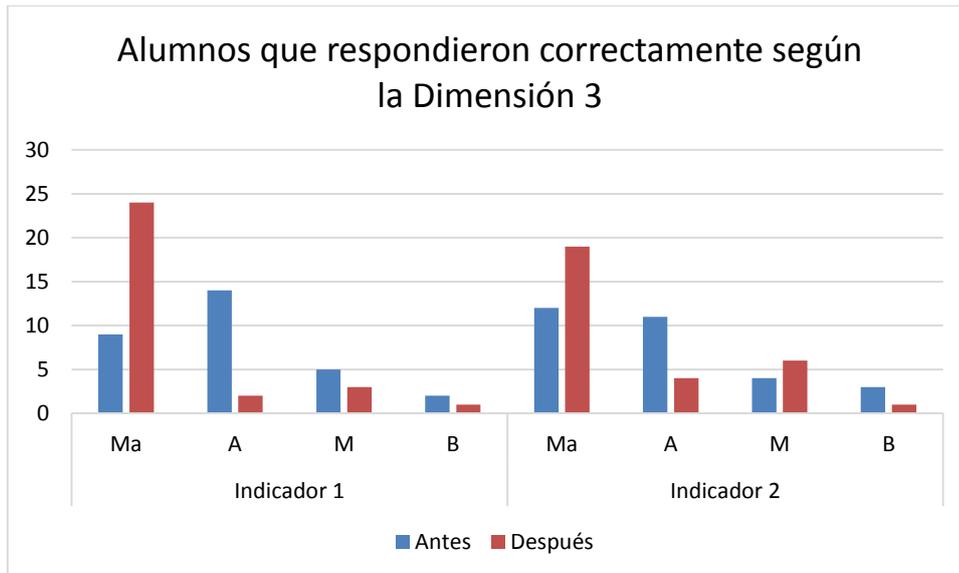


Figura 3. Gráfica que ilustra el comportamiento de los indicadores 1 y 2.

La figura anterior ilustra una comparación del nivel alcanzado en los indicadores 1 y 2, en todos sus indicadores, antes y después de aplicada el AV "Funciones". Como se observa la dimensión 2 fue la que más demostró avance en comparación con los niveles de desempeño que poseían antes de aplicada la propuesta. Cabe destacar además que los niveles antes de aplicada la propuesta no se encontraban muy bajos por haberse desarrollado el experimento en un IPVCE, centro que hace una selección rigurosa de su matrícula.

Para conocer el nivel de motivación de los estudiantes se realizó una encuesta grupal donde se pudo medir cada indicador según los niveles predefinidos, resultados que aparecen en el Anexo 16.



Ma: Muy alto. A: Alto. M: Medio. B: Bajo

Figura 4. Gráfica que ilustra el comportamiento del dimensión 3.

A partir del estudio comparativo entre antes y después de aplicada la propuesta del comportamiento de los indicadores relacionados con las dimensiones estudiadas es que se puede deducir que:

- Antes de aplicar la propuesta los estudiantes poseían dominio del contenido aunque no en los niveles deseados, mientras que luego de la aplicación de la propuesta en el nivel de interpretación y el desarrollo de las habilidades medidas se evidencia un cambio favorable. El promedio de estudiantes que respondieron correctamente todas las preguntas antes de la aplicación de la propuesta fueron 22, mientras que después de su aplicación fueron 27 estudiantes, lo que da la certeza de que exista un paso de avance en el desarrollo y potenciación de las habilidades que se querían.
- En relación con el nivel de motivación por resolver ejercicios tanto intramatemáticos como extramatemáticos presentado por los estudiantes antes y después de aplicada la propuesta, se puede apreciar un leve incremento, por lo que es posible afirmar que el medio utilizado para el fortalecimiento y desarrollo de estas habilidades fue de impacto para los estudiantes. Esto no solo se infiere de los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados, sino también por la propia opinión de los estudiantes y las conversaciones con ellos.
- En relación con el compromiso con la asignatura, la motivación por profundizar en el contenido de funciones y desarrollar habilidades, se pudo conocer que

antes, tanto en las clases como en las actividades escolares, solo una parte de los alumnos se mostraban muy interesados; la mayoría se preocupaban por reproducir ejercicios y obtener buenas notas en las evaluaciones.

Después de aplicada la propuesta se pudo constatar que los estudiantes se encontraban motivados por el tema, pues se interesaron en indagar sobre fenómenos que se describen mediante funciones, incluso algunos de ellos llegaron a crear modelos para pequeñas situaciones. Cabe destacar que parte de la muestra con la que se trabajó durante la aplicación de la propuesta coincidió con el grupo que se prepara para los concursos, por lo que el nivel de preparación y su disposición fue crucial en la obtención de los resultados de este trabajo.

Los alumnos mostraron iniciativas en el uso del AV que propiciaron modificaciones y sugerencias a la misma, como es la introducción del uso del asistente matemático GeoGebra a modo de comprobación y retroalimentación de los ejercicios resueltos. Además el grupo tomado como muestra mostró una participación activa en los concursos de habilidades y Sociedades Científica, donde varios de los estudiantes confeccionaron propuestas relacionadas con el tema de funciones.

Los resultados anteriores muestran las potencialidades que brinda el uso de este tipo de enseñanza que resulta innovadora e impactante en esta sociedad cada vez más informatizada. No debe dejarse de mencionar el interés que han mostrado por la búsqueda de información, por adquirir nuevos conocimientos y conocer más sobre el interesante tema de funciones y sus aplicaciones a otras ciencias.

CONCLUSIONES

Los fundamentos teóricos que sustentan el aprendizaje de las funciones en la enseñanza preuniversitaria destacan la importancia del estudio de las mismas, establecen los diferentes sistemas de contenidos por grados y orientan metodológicamente el tratamiento de las mismas.

La bibliografía internacional y nacional consultada sobre el tema, la experiencia de docentes en la enseñanza de las funciones y una pesquisa realizada en los exámenes de ingreso a la educación superior evidencian que no hay niveles adecuados en el aprendizaje de las funciones en la enseñanza preuniversitaria; manifestados en dificultades con la comprensión de conceptos relacionados con las funciones y en la transferencia entre representaciones.

El AV “Funciones” se propone como una alternativa docente en el décimo grado de la enseñanza preuniversitaria con vistas a lograr mayores niveles de aprendizaje en el tema. La misma responde a los objetivos, contenidos y orientaciones metodológicas de este grado para las funciones y a los estándares del uso de aulas virtuales para la enseñanza de la matemática.

Esta AV posee módulos para la sistematización de contenidos precedentes a décimo grado, favoreciendo el logro de un adecuado nivel de partida para el aprendizaje de las funciones en el mismo; contiene todo el tratamiento teórico y práctico necesario para el aprendizaje de las funciones en décimo grado y ofrece el aprendizaje de otros contenidos, brindando de este modo una profundización en el tema para estudiantes que el profesor determine les sea adecuado.

Los resultados obtenidos luego de aplicar la propuesta demuestran mayores niveles de interés y disposición por el estudio de las funciones y una elevada asimilación de los contenidos relacionados con las mismas, evitando que pasara desapercibido por ellos este tema o que sólo memorizaran los conceptos sin llegar a interpretarlos y extrapolarlos.

RECOMENDACIONES

- Extender la experiencia al PEA de las funciones en onceno grado y una sistematización de las mismas en duodécimo con vistas a los exámenes de ingreso.
- Incluir un módulo para la enseñanza de las funciones con el uso de asistentes matemáticos, fundamentalmente Derive y GeoGebra.
- Incluir ejercicios en los módulos destinados a actividades prácticas que contemplen el uso de asistentes matemáticos en funciones heurísticas, de comprobación de cálculos, de cálculo realizados sólo con los mismos y de transferencia entre representaciones.
- Valorar por parte de especialistas en la implementación de aulas virtuales la correcta implementación y aprovechamiento de las herramientas disponibles para el uso de la misma.
- Extender su uso a otros centros del territorio del mismo nivel de enseñanza.

BIBLIOGRAFIA

- Addine, F. (2004). *Didáctica: teoría y práctica*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Adell Segura, J., y Castañeda Quintero, L. J. (2010). Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje. En Roig Vila, R. y Fiorucci, M. (Eds.), *Clave para la investigación en innovación y calidad educativas. La integración de las Tecnologías de la Informática y las Comunicaciones y la Interculturalidad de las aulas* (pp. 1-16). Marfil-Roma, Italia: TRE Universita degli studi. ISBN 978-84-268-1522-4.
- Adell Segura, J. (2014). *Webinar #4: Entornos personales de aprendizaje*. Madrid, España: Grupo Océano S. L., Barcelona. Recuperado de <http://eduland.es/weninars/ver/9/PLE-Entornos-personales-de-aprendizaje>
- Álvarez, M., Almeida, B., y Villegas, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos Metodológicos*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Álvarez, L., Martínez, A., y Morales, L. (Septiembre de 2016). Plataforma para el aprendizaje de la Seguridad Informática en la Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz". En *TecnoEdu2016*. Simposio llevado a cabo en el I Congreso de Tecnología Educativa, Camagüey, Cuba.
- Amaya, T. R., Pino-Fan, L. R., y Medina, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación Matemática*, 28(3), 111-144.
- Ampudia Rueda, V., y Trinidad Delgado, L. H. (2012). Entornos Personales de Aprendizaje: ¿final o futuro de los EVA? *Reencuentro, enero-abril* (63), 32-39. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34023237005>
- Arteaga, E. (2000). El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio Superior (Tesis Doctoral). Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona", La Habana, Cuba.
- Attwell, G. (2007). Entornos personales de aprendizaje ¿el futuro del e-learning? *eLearning Papers*, 2(1), 1-8. Recuperado de <http://www.elearningeuropa.info/files/media/media11561.pdf>

- Ballester, S. (1995). *La sistematización de los conocimientos matemáticos*. La Habana, Cuba: Academia.
- Baños Sancho, J. (Octubre 2007). *Manual de consulta para el profesorado. Moodle. (Versión 1.8)*. Getafe, España.
- Barroso Osuna, J., Cabero Almenara, J., y Vázquez Martínez, A. I. (2012). La formación desde la perspectiva de los entornos personales de aprendizaje (PLE). *Revista Apertura*, 4(1). 1-11. Recuperado de https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/24556/file_1.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Biel Portero, I, García Cívico, J., y González Ortiz, D. (2011). Entornos Personales de Aprendizaje (PLE): una red de posibilidades. En *Las TIC al servicio de la docencia del Derecho en el marco del EEES*. II Jornadas sobre docencia de Derecho y Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, Barcelona, España: Universitat Jaume I. Castellón.
- Bronzina, L., Chemello, G., y Agrasar, M. (2009). *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Santiago, Chile: Salesianos Impresores S.A.
- Castellanos, D., Reinoso, C. y García, C (2002). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador*. La Habana, Cuba: Centro de Estudios Educativos del ISP “Enrique José Varona”.
- Chatti, M. A., Jarke, M., Indriasari, T. D., y Specht, M. (Septiembre 2009). NetLearn: social network analysis and visualizations for learning. En *European Conference on Technology Enhanced Learning* (pp. 310-324). Springer, Berlín: Heidelberg.
- Cuesta Borges, A., Deulofeu Piquet, J., y Méndez Salazar, M. A. (2010). Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en alumnos de economía. *Educación matemática*, 22(3), 5-21.
- Fleites, L., Valdés, A., y Hernández, E. (2015). Los entornos virtuales de enseñanza–aprendizaje en la formación inicial del profesional de la educación. *Pedagogía y Sociedad*, 18(43), 51-60.
- García Fernández, O. (2014). Estudio de una experiencia: aulas virtuales para apoyar la docencia presencial. *Cuadernos de Educación y Desarrollo* (54). 1-10.

- Gómez Guerra, E. M., Hernández Paternina, H. E., y Chaucanés Jácome, A. E. (2015). Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media. *Scientia Et Technica [en línea]*. 20(3). Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84943818011>
- González Alarcón, G. P., y Martínez Falcón, N. P. (2015). Aulas Virtuales para los Profesores de la UNAM, *SOMECE 2015*. XXX Simposio Internacional de TIC en Educación, México.
- González Burón, P. (2015). Dificultades en el aprendizaje de las funciones en matemáticas (Tesis de Maestría). Universidad de Cantabria, Cantabria, España.
- Graelles, D., López, M., y Ponte, B. (Septiembre de 2016). Plataforma Interactiva para trabajar contenidos matemáticos, por el maestro, en el primer grado escolar. En *TecnoEdu2016*. Simposio llevado a cabo en el I Congreso de Tecnología Educativa, Camagüey, Cuba.
- Hiltz, S. R. (1994). *The virtual classroom: Learning without limits via computer networks*. Intellect Books. Ablex Publishing Corp. Norwood, NJ, USA, ISBN: 1-56750-055-2.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C, y Baptista Lucio, P. (1995). *Metodología de la Investigación*. Mexico, D. F.: McGraw-Hill.
- Hurtado Curbelo, F.; Fuentes Sánchez, M., y Alonso Reyes, R. (2016). *Los entornos personales de aprendizaje desde una perspectiva pedagógica. Tendencias y proyecciones contemporáneas*. (1ra ed.) [CD-ROM] Camagüey, Cuba: TECNOEDU 2016.
- Jenkins, M.; Browne, T., y Walker, R. (2005). VLE Surveys a longitudinal perspective between March 2001, March 2003 and March 2005 for higher education in the United Kingdom. UCISA TLIG⁴, United Kingdom. Recuperado de www.hefce.ac.uk/pubs/hefce/2005/05_12/
- López, J., y Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 21, 308-318.

⁴Universities and Colleges Information Systems Association. Teaching, Learning and Information Group. Created in Oxford, UK, 1999.

- Pagano, A., y Buitron, V. (2009). *Reorganización de las trayectorias escolares de los alumnos con sobreedad en el nivel primario: Ciudad de Buenos Aires (Argentina)*. Fundación Iberoamericana para la Educación, la Ciencia y la Cultura (FIECC), Madrid, España.
- Pérez, M., Barreto, S., y Wilson, F. (Septiembre de 2016). Uso de la plataforma interactiva MOODLE en la disciplina Operaciones y Procesos Unitarios (OPU). En *TecnoEdu2016*. Simposio llevado a cabo en el I Congreso de Tecnología Educativa, Camagüey, Cuba.
- Pérez, M. A., Véliz, M., Martín, L., Rodríguez, E., Ross, S., De Rosa, E., Guevara, R., y Mentz, R. (Noviembre, 2014). Aprendizaje de la Matemática utilizando herramientas del Aula Virtual. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. 2*. Buenos Aires, Argentina. Recuperado de www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/393.pdf
- Ramboll, P. L. S. (2004). Studies in the Context of the E-learning Initiative: Virtual Models of European universities (Lot 1). Draft Final Report to the EU Commission, DG Education & Culture. Copenhagen, Denmark. Recuperado de https://firgoa.usc.es/drupal/files/virtual_models.pdf
- Rodríguez, F. E., y Quintana, A. (2016). Programa de Matemática. Décimo Grado. (Versión 1). ICCP (documento digital).
- Rodríguez Rivero, L., Pérez Martínez, M., y Quero Méndez, O. (2011). *Didáctica de las Funciones en la Enseñanza Media Superior* CD II Evento Internacional la Matemática, la Física y la Informática en el siglo XXI. ISBN 978-959-18-0702-1.
- Rodríguez Rivero, L., Bernal Arcos, R., y Pérez Martínez, M. (2013). La comprensión del concepto de función lineal y conceptos subordinados. Una experiencia con alumnos de duodécimo grado. *Evento Pedagogía 2013*. ISBN 978-959-18-0809-7.
- Rodríguez Rivero, L., Ponce Valdés, Y., y Pérez González, A. (2016). La comprensión matemática de las funciones en interdisciplinariedad con la Física a través de problemas de la vida práctica. *Revista Iberoamericana de Matemática UNION*. No. 47, 176-191.
- Rodríguez Rivero, L., Pérez González, A., y Quero Méndez, O. (2016). Funciones elementales, Currículo propio introductorio a la disciplina Análisis Matemático

- en la carrera pedagógica Matemática-Física. *Revista Pedagogía Universitaria*. XXI(2), 94-107.
- Ruiz, A. M. (2007). La integración de conceptos matemáticos a partir de las relaciones conceptuales clásicas en la Educación Preuniversitaria (Tesis Doctoral). Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, La Habana, Cuba.
- Sánchez, A. (2015). Estrategias para el aprendizaje de las funciones reales con la plataforma Moodle. *Enl@ce Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento*, 12 (2), 41-54.
- Steedmann, P., Pérez, J., y Huertas, A. (2012). E-Learning de las matemáticas en los institutos de Cataluña: un análisis factorial. *SUMA*, 70, 21-34.
- United Nations for Education, Science and Culture Organization (Unesco). (2014). Global Citizenship Education-Preparing learners for the challenges of the 21st century. Recuperado de <http://www.unesco.org/new/en/global-citizenship-education>
- United Nations for Education, Science and Culture Organization (Unesco). (2016). Aportes para la enseñanza de la matemática. Chile: Unesco.
- Villada, A. (2013). *Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa Gabriel García Márquez utilizando Moodle* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Wikipedia (Publicado 1 Julio 2015) Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Entorno_Virtual_de_Aprendizaje
- WordPressBlog (Publicado 16 Marzo 2015) Recuperado de <https://pdeinformacion.wordpress.com/2015/03/16/aulas-virtuales/>

ANEXOS

Anexo 1: Contenidos de la unidad 3 Funciones modulares y potenciales, del programa de décimo grado. (Rodríguez y Quintana, 2016, p. 28)

Contenido por unidades temáticas	Tiempo aproximado (27 h/c)
<p>3.1 Funciones lineales, modulares y cuadráticas</p> <p>El concepto de función como una correspondencia entre conjuntos y como un conjunto de pares ordenados de números reales. Dominio de definición y conjunto imagen de una función.</p> <p>Distintas formas de representación de una función, ejemplos de funciones sobre situaciones de la práctica cotidiana, científica, económica y de la sociedad en general.</p> <p>Sistematización del concepto de función lineal como un ejemplo de función numérica, casos particulares (función constante, de proporcionalidad directa e idéntica), representación gráfica, dominio de definición, conjunto imagen, cero, signos y monotonía.</p> <p>Interpretación geométrica del conjunto solución de una inecuación de la forma $ax + by + c \geq 0$ o $ax + by + c \leq 0$ (a, b y c son parámetros reales, con $a \neq 0$ y $b \neq 0$)</p> <p>Definición de función modular como un ejemplo de función lineal a trozos (por partes o tramos). Representación gráfica, en diferentes dominios de definición, de la función modular de ecuación $y = x$, propiedades (dominio de definición, imagen, ceros, signos, monotonía, extremos, paridad, simetría del gráfico) y traslaciones del gráfico en la dirección de los ejes de coordenadas. El concepto función par.</p> <p>Sistematización del concepto de función cuadrática, representación gráfica, dominio de definición, imagen, ceros, monotonía, signos y paridad.</p> <p>Influencia del parámetro real “a” en el gráfico de una función cuya ecuación tiene la forma $y = f(x) = ax^2$.</p> <p>Las funciones reales de ecuaciones $y = ax^2 + c$ (a y c parámetros reales, con $a \neq 0$) como ejemplo de funciones pares.</p> <p>Traslación del gráfico de la función cuadrática $y = f(x) = x^2$ (parábola normal) en la dirección de los ejes coordenados. Funciones cuadráticas representadas por ecuaciones de las formas $y = ax^2 + bx + c$ y $y = a(x + d)^2 + e$, influencia de los parámetros reales $a \neq 0$, b, c, d y e; y de las coordenadas del vértice de la parábola.</p> <p>Ejercicios y problemas sencillos de optimización; representación gráfica e interpretación de datos relacionados con situaciones naturales, sociales, económicas y científicas en los que se aplique el concepto de función lineal, modular o cuadrática.</p>	11
<p>3.2 Funciones potenciales</p> <p>La función cúbica. Representación gráfica. Dominio de definición, conjunto imagen, ceros, signos, monotonía, extremos y simetría del gráfico.</p>	13

<p>El concepto función impar. Las funciones reales de ecuaciones $y = ax^3$ ($a \neq 0$) como ejemplo de funciones impares.</p> <p>La función potencial, cuya ecuación es $y = x^{-1}$ o $y = \frac{1}{x}$, como un ejemplo de función de proporcionalidad inversa. Representación gráfica y propiedades (dominio de definición, conjunto imagen, signos, monotonía, extremos, asíntotas, simetría del gráfico y paridad).</p> <p>Traslación de los gráficos de las funciones potenciales en la dirección de los ejes de coordenadas.</p> <p>Sistematización del concepto de función potencial de ecuaciones $y = f(x) = x^n$ (con n entero y x un número real positivo). Generalización de las propiedades y gráficos de las funciones potenciales de exponente n par positivo, n impar positiva, n par negativo, y n impar negativo. Las funciones de ecuaciones $y = x^0 = 1$ ($x \neq 0$) y $y = x^1 = x$ como casos particulares de funciones potenciales de exponente entero.</p> <p>Resolución y formulación de problemas – relacionados con la educación patriótica, ciudadana y jurídica; científica y tecnológica; para la salud y la sexualidad con enfoque de género; estética; politécnica, laboral, económica y profesiones; para la comunicación; ambiental para el desarrollo sostenible o para la orientación y proyección social – sobre las funciones potenciales o que puedan ser modelados con la aplicación de estas.</p>	
<p>Consolidación de la unidad</p>	<p>3</p>

Anexo 2: Preguntas del examen de ingreso a la educación superior curso 2016-2017 relacionadas con la pesquisa.

1.1- Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En caso de ser falsas argumente:

...

b) ___ El conjunto imagen de la función definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ por la ecuación $h(x) = \frac{1}{x} + 2$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 2\}$.

...

1.2.- Seleccione con una "x" la respuesta correcta:

...

1.2.2.- Para la función f definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$ por la ecuación $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) - 1$

se cumple que:

a) ___ es impar

b) ___ la ecuación de su asíntota vertical es $y = -1$

c) ___ es monótona creciente

d) ___ su cero es $x_0 = -\frac{3}{2}$.

Anexo 3: Dificultades presentes en el muestreo realizado a los exámenes parciales, que evalúan el contenido de funciones, y los exámenes finales del curso 2016-2017 en el IPVCE “Eusebio Olivera Rodríguez”:

- identificar gráficamente el valor de parámetro “n” en la función lineal para escribir la ecuación de la forma $y = mx + n$.
- identificar el valor del parámetro “d” en la función cuadrática para escribir la ecuación de la forma $y = a(x + d)^2 + e$.
- reconocer gráficamente el conjunto imagen de la función cuadrática, así como su valor mínimo o máximo, dependiendo del caso.
- identificar gráficamente los signos de la función cuadrática, y aun cuando lo hacen no tienen en cuenta que los ceros no se incluyen en los intervalos de signos.
- reconocer la paridad de la función cúbica, teniendo en cuenta que no asocian que la simetría de esta función es con respecto a un punto y no un eje como es el caso de la función cuadrática.
- reconocer, en la función de proporcionalidad inversa, la relación entre la asíntota vertical, el valor del parámetro “d” ($y = \frac{1}{x+d} + e$) y su influencia en el conjunto dominio de la función. De forma análoga sucede lo mismo con la asíntota horizontal, el valor del parámetro “e” y el conjunto imagen de la función.
- analizar las propiedades de las funciones cuando tienen restricciones en el dominio.
- identificar la relación entre conjunto de partida y dominio cuando se habla de función como una terna.

Anexo 4: Contenidos de www.cubaeduca.cu dedicados a funciones en 10mo grado.
Recuperado de <http://matematica.cubaeduca.cu/lista-de-act-de-aprend-10mo>

Lista de Act de aprend 10m... x

matematica.cubaeduca.cu/lista-de-act-de-aprend-10mo

Google

CubaEduca
Portal Educativo Cubano

Actividades de Aprendizaje para Décimo grado
Te proponemos en estas páginas diferentes tipos de materiales y actividades que podrás seleccionar, en dependencia de tus intereses.

CONJUNTOS

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios sobre teoría de conjuntos

Tareas

- Tarea sobre teoría de conjuntos

DOMINIOS NUMÉRICOS

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios sobre dominios numéricos e intervalos

Tareas

- Tarea sobre dominios numéricos e intervalos

OPERACIONES RACIONALES CON NÚMEROS REALES

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios sobre cálculo con números reales

Lista de Act de aprend 10m... x

matematica.cubaeduca.cu/lista-de-act-de-aprend-10mo

Google

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios sobre cálculo con números reales
- Ejercicios sobre potencias de exponente entero
- Ejercicios sobre problemas aritméticos

Tareas

- Tarea sobre cálculo con números reales
- Tarea sobre potencias de exponente entero
- Tarea sobre problemas aritméticos

OPERACIONES RACIONALES CON NÚMEROS REALES

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios sobre potencias y raíces

Tareas

- Tarea sobre potencias y raíces

Preparación para el ingreso a la Educación Superior

- Programa
- Temarios aplicados 📄
- Colección de ejercicios de las teleclases de repaso 📄
- Memento 📄
- **Colecciones de ejercicios**
- Colección 1 📄
- Colección 2 📄
- Colección 3 📄
- Colección 4 📄

Anexo 5: Fragmento del módulo “Conceptos Fundamentales”.

- 1- Desde la historia ...
- 2- Definición de función ...
- 3- Imagen de una función ...
- 4- Representación de una función ...

Ejemplo 3:

3.1 Representa las funciones, conocidas por su representación analítica: $f(x) = x^2$ y $h(x) = x^3 + 3x + 5$, en representación de grafo.

3.2 En la tabla siguiente se muestra el volumen de agua goteada por una llave y el tiempo transcurrido. Es importante reflexionar sobre la importancia del ahorro del preciado líquido ya que la vida depende entre otros factores ambientales de ella. El 22 marzo es el día mundial del agua. ¡Investiga por qué!

Tiempo(minutos)	Nivel de agua(cm ³)
0	0
15	5
30	10
45	15
60	20

- a) Forme los pares ordenados que conforman el grafo de la correspondencia establecida.
- b) Represente el grafo en un sistema de coordenadas cartesianas y una los puntos.
- c) Interprete la situación a partir del análisis de la gráfica representada.
- d) Si en un edificio de 30 apartamentos el 10% de ellos presentan un salidero similar al de nuestro ejemplo, ¿cuánta agua se desperdicia en ese edificio en una semana?

ellos presentan un salidero similar al de nuestro ejemplo, ¿cuánta agua se desperdicia en ese edificio en una semana?

Respuestas:

3.1 $F = \{ (x; x^2) / x \in \mathbb{R} \}, \quad H = \{ (x; x^3 + 3x + 5) / x \in \mathbb{R} \}$

3.2

a) $d = \{(0;0), (15;5), (30;10), (45;15), (60;20)\}$

b)

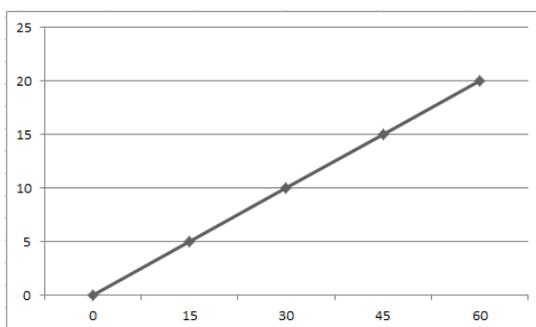


Fig. 1. Gráfico confeccionado en Microsoft Excel 2010.

c) Puede calcular por ejemplo que en un día (1440 minutos), si el salidero mantiene un comportamiento estable, se puede establecer la relación 60min es a 20cm³ como 1440min es a X, siendo X la cantidad de agua (en cm³) que gasta esa casa en un día.

$$60 \text{ min} \text{ --- } 20 \text{ cm}^3 \quad X = \frac{1440 \text{ min} \cdot 20 \text{ cm}^3}{60 \text{ min}}$$

$$X = \frac{1440 \text{ min} \cdot 20 \text{ cm}^3}{60 \text{ min}} = \frac{1440 \cdot 2 \text{ cm}^3}{6} = 480 \text{ cm}^3$$

$$1440 \text{ min} \text{ --- } X \text{ cm}^3$$

d) En una semana en el edificio se gastarían 10080 cm³, comprueba que esa es la respuesta, cualquier duda discute con algún colega o el profesor.

5- Ejemplos de funciones en la vida cotidiana

5.1.- El día de su cumpleaños Juan comenzó a poner dinero en una alcancía que estaba vacía y posteriormente al finalizar cada semana a partir del primer dinero puesto el día de su

cumpleaños ha depositado una cantidad fija de dinero. Él no ha extraído dinero de la alcancía y al cabo de algunas semanas el comportamiento se muestra en la siguiente tabla:

Número de semanas después del cumpleaños	3	4	5	8	q	...	x
Total de dinero de la alcancía	22	25	28	p	58	...	y

- ¿Cuánto pone al finalizar cada semana? o ¿En cuánto aumenta el dinero de una semana a otra?
- ¿Cuánto dinero habrá después de haber depositado la primera semana? Si depositó lo mismo que las semanas posteriores investigado en a) ¿qué dinero había antes de depositar esa primera semana después del cumpleaños? o ¿Qué cantidad de dinero depositó el día de su cumpleaños?
- ¿Después de establecidas las relaciones qué valores deberán tener p y q ?
- ¿Por qué fórmula, ley o ecuación analítica podemos sustituir y para calcular el dinero que tendrá dado un valor cualquiera de semana (x)?
- ¿Qué cantidad de dinero habrá en la alcancía después de 50 semanas de ahorro?

Respuesta:

- Pone cada semana 3 pesos. (Analizar diferencia entre cada semana)
- Después de depositar la primera semana hay 16 pesos. El día de su cumpleaños depositó 13 pesos. (Si esa semana depositó los primeros 3 pesos y hay 16 es porque había 13)
- El valor de p es 37 y el de q es 15. (Juega con las relaciones que descubriste)
- Dinero = $13 + 3$ (número de semana), o sea, $y = 13 + 3x$

5.2.- Un bebé al nacer pesa 10 lb y 3 años después su peso es de 30 lb. Suponga que el peso, en libra W , está relacionado linealmente con la edad en años, t .

- Expresa W en términos de t .
- ¿Cuál es el peso al sexto año de vida, si se mantiene la misma correspondencia?
- ¿A qué edad el niño pesará 70 lb?
- Trace en un plano cartesiano tw , una gráfica que muestre la relación entre w y t para $0 \leq t \leq 12$.

Respuesta:

- $W(t) = \frac{20}{3}t + 10$. (Relación (año, peso) implica buscar la ecuación de la recta que pasa por (0;10) y (3;30)
- 50 lb. (Sustituir $t = 6$)
- 9 años. (Sustituir $W = 70$ y buscar t)

Conceptos subordinados al concepto de función (Propiedades globales)...

A1- Actividad

Analiza el dominio y la imagen, de forma analítica, de las funciones representadas analíticamente por:

$$a) f(x) = \frac{3x}{x+5} \qquad b) g(x) = \frac{x}{x^2-4}$$

Tómele una foto al papel utilizado y adjúntela como respuesta de este ejercicio.

1- Intercepto con los ejes ...

2- Signo ...

Ejemplo 2:

Determine los intervalos de signo positivo y negativo de $y_1 = 10$, $y_2 = x^2 - 4$ y $y_3 = \frac{x}{x-5}$.

Respuestas:

$y_1 > 0$ significa $10 > 0$ y eso es verdadero para todo el dominio, por tanto es positiva en todo su dominio. Negativa no será en ningún conjunto.

$y_2 > 0$ significa $x^2 - 4 > 0$, inecuación cuadrática de resultado, $x < -2$ o $x > 2$, por tanto es positiva en esos intervalos y negativa en $-2 < x < 2$.

$y_3 < 0$ significa $\frac{x}{x-5} < 0$, inecuación fraccionaria de resultado, $0 < x < 5$, por tanto es negativa en ese intervalo y positiva para $x < 0$ y $x > 5$.

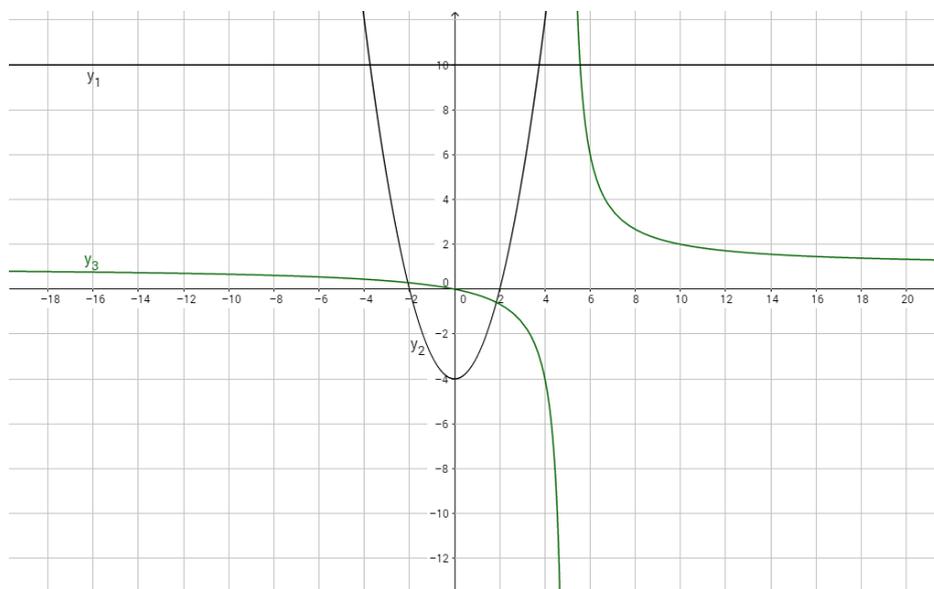


Fig. 1. Gráfica de funciones realizada en GeoGebra 6.0.

A2- Actividad

Calcula los interceptos con los ejes coordenados de las funciones representadas analíticamente por:

a) $f(x) = \frac{3x}{x+5}$

b) $m(x) = 4$

c) $h(x) = x(x-3)(x+5)^2$

Tómele una foto al papel utilizado y adjúntelo.

3- Monotonía de funciones ...

4- Simetría ...

5- Máximo y mínimo ...

Anexo 6: Fragmento de actividades prácticas presentes en el módulo “Funciones Potenciales”.

1. Sean las ecuaciones siguientes representaciones de funciones definidas de $f : D \rightarrow C$, teniendo en cuenta que D y C (dominio y codominio) sean subconjuntos de \mathbb{R} :

a) $y = x^{-4} - 1$ b) $y = x^3 - 8$ c) $y = \frac{1}{(x+2)^3} - 1$
 d) $y = \frac{1}{x^2} + 3$ e) $y = -(x-2)^{-5} + 1$ f) $y = (x-4)^8$

- 1.1.- Completa la tabla siguiente con sus propiedades globales:

	Dom	Img	Ceros	Monot	Sign	Simet
a)						
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

- 1.2.- Señale en cada caso la familia de funciones potenciales a que pertenece.

- 1.3.- Valora qué desplazamiento sufrió a partir del origen de coordenadas el punto característico de cada función.

2. Determinar el dominio de definición e intercepto con los ejes coordenados de cada una de las funciones siguientes:

$y_4 = \frac{\pi}{x-3}$ $y_5 = (x+1)^3$ $y_7 = \frac{e}{(x-1)^2}$

- 2.1.- Determine la imagen de y_7

- 2.2.- Calcule el cero de y_4 y y_5 .

- 2.3.- Analice y exprese los intervalos de signo positivo y negativo de y_5 .

- 2.4.- Demuestre que y_4 no es impar. Determine su dominio.

- 2.5.- Represente, utilizando Microsoft Office Excel, y_5 .

3. Un cono de papel con diámetro 4 centímetros y altura 4 centímetros está inicialmente lleno de agua. Sea h y r la altura y el radio, respectivamente, el volumen de dicho cono lleno de agua es: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

- a) Exprese r como una función de h , si V es constante.

- b) Exprese al volumen V como una función de h

- c) Se le hace un pequeño hoyo en el fondo y el agua comienza a fluir. Si la altura del agua después de t minutos de abrir un orificio en su punta, está dada por $h(t) = 0.5\sqrt{t}$ exprese V como una función de t .

- 3.1.- Represente gráficamente V como función de t para $r = 5$.

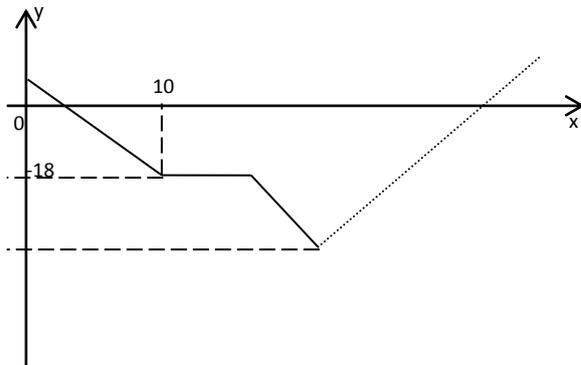
- 3.2.- Determine en qué momento se vacía el cono de papel.

Anexo 7: Fragmento de actividades prácticas presentes en el módulo “Funciones Modulares”.

1. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x - 2; & -\infty < x < 5 \\ 3x - 12; & 5 < x < +\infty \end{cases}$

- Determine su dominio e imagen
- Determine sus ceros en caso que existan
- Realice su representación gráfica y compare dicha representación con los resultados analíticos obtenidos en los incisos anteriores

2. La gráfica representa la relación entre la línea de flotación de un submarino y el nivel del mar, en un período de tiempo desde que sale de puerto. Debe asumir que el nivel del mar está representado por $y = 0$, que la distancia está medida en metros y que el tiempo está medido en horas. Analice la gráfica que representa esa situación y responda:



- Escriba la expresión que describe su comportamiento en las primeras 10 horas
- Si permaneció con una profundidad estable durante 20 horas ¿en qué momento comenzó el segundo descenso?
- Si se conoce que demoró el mismo tiempo que estuvo estable en su segundo descenso y alcanzó una profundidad máxima de 38 metros ¿qué expresión matemática describe ese segundo descenso?

d) Si con la misma velocidad de descenso del segundo descenso se hace el ascenso de la nave ¿qué expresión tendrá la misma?

- Dada la expresión de ascenso $y = x - 88$, ¿en qué momento llega a la superficie del mar?
- ¿En qué momento llega a tener una altura respecto al nivel del mar igual a la inicial?

Anexo 8: Fragmentos del módulo “¿Te interesa saber más?”

6- Simetría ...

Simetría respecto a un eje $x = a$...

Simetría respecto a un punto $(a;b)$...

7- Función acotada, supremo e ínfimo, máximo y mínimo...

Función acotada La función $f:A \rightarrow R$ con $A \subseteq R$ se llama acotada inferiormente (superiormente) si existe $k_1 \in R$ ($k_2 \in R$) tal que $k_1 \leq f(x)$ ($k_2 \geq f(x)$) para todo $x \in A$.

Ejemplo 2: En las siguientes funciones responda:

1.- Si $f(x) = x^2 - 4$ demuestra que está acotada inferiormente por $k = -5$.

2.- Si $g(x) = -x^2 + 4$ demuestra que está acotada superiormente por $k = 10$.

Respuesta:

1.- Entonces $k \leq f(x) \Rightarrow -5 \leq x^2 - 4 \Rightarrow -1 \leq x^2$ que es verdadero porque $x^2 \geq 0$ y por tanto $x^2 \geq -1$

2.- Entonces $k \geq g(x) \Rightarrow 10 \geq -x^2 + 4 \Rightarrow x^2 \geq -10 + 4 \Rightarrow x^2 \geq -6$ que es verdadero porque $x^2 \geq 0$ y por tanto $x^2 \geq -6$.

Supremo e ínfimo de una función...

Ejemplo 3: De los ejemplos anteriores:

1.- Si $f(x) = x^2 - 4$ su ínfimo es -4, supremo no tiene.

2.- Si $g(x) = -x^2 + 4$ su supremo es 4, ínfimo no tiene.

3.- Sea $f: [-1;5] \subset R \rightarrow R$ si $f(x) = x^2 - 4$ su ínfimo es -4, su supremo es 21.

Máximo y mínimo de una función...

8- Transformaciones...

Traslación...

$y = f(x + a)$...

$y = f(x) + b$...

Ejemplo 4:

$g(x) = (x-1)^2 + 1$ es una traslación de $f(x) = x^2$ en una unidad en la dirección del eje x hacia la derecha y en una unidad en la dirección del eje y y hacia arriba.

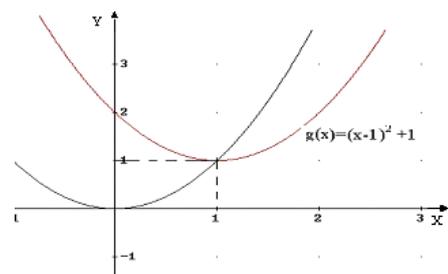


Fig. 1. Gráfica realizada con Derive 5.0.

Reflexión

$$y = -f(x) \dots$$

$$y = f(-x) \dots$$

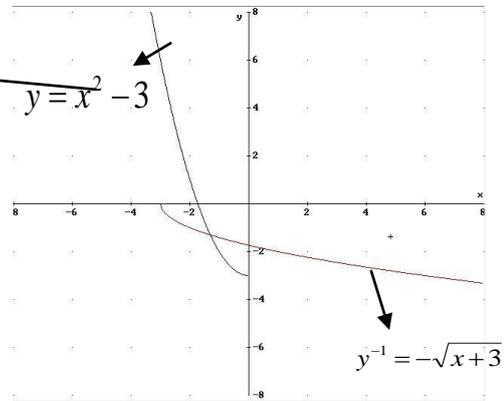
Ejemplo 5:

a) Determina y representa gráficamente la inversa de $y = x^2 - 3$ para $x \in (-\infty; 0]$.

1ro La función es biyectiva porque en ese intervalo a cada x le corresponde una y y solo una y viceversa.

2do $x = \sqrt{y+3}$ pero teniendo en cuenta que $x \in (-\infty; 0]$ entonces tenemos $-x = \sqrt{y+3}$ o lo que es lo mismo $x = -\sqrt{y+3}$

3ro haciendo el cambio de variables $y^{-1} = -\sqrt{x+3}$ (Analiza el dominio de la nueva función)



(Ver Anexo 1 de procedimiento en Derive)

Fig. 2. Gráfica realizada con GeoGebra 6.0.

Dilatación/Contracción

$$y = Af(x) \dots$$

$$y = f(Bx) \dots$$

Ejemplo 6:

Sea $f(x) = x^3 - x + 1$ en la gráfica se ilustra el efecto de que $A = 3$ teniendo como resultado $3f(x)$ (rojo) y el efecto de que $A = \frac{1}{3}$ teniendo como resultado $f(x)/3$ (verde).

$$3f(x) = 3x^3 - 3x + 3$$

$$\frac{1}{3}f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

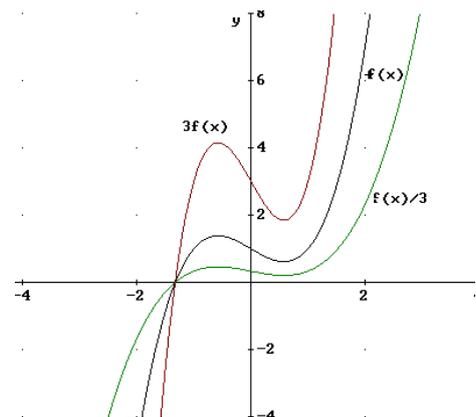


Fig. 3. Gráfica realizada en Derive 5.0.

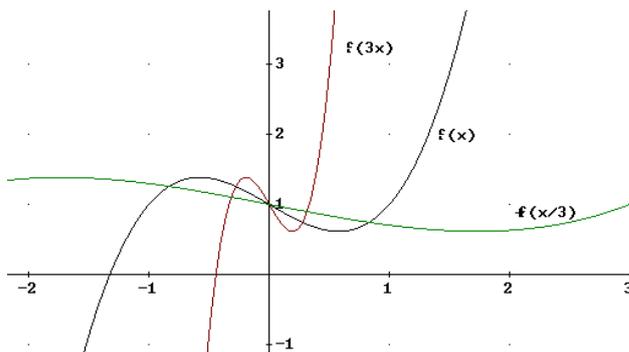


Fig. 4. Gráfica realizada en Derive 5.0.

Sea $f(x) = x^3 - x + 1$ en la gráfica se ilustra el efecto de que $B = 3$ teniendo como resultado $f(3x)$ (rojo) y el efecto de que $B = \frac{1}{3}$ teniendo como resultado $f(x/3)$ (verde).

$$f(3x) = 27x^3 - 3x + 1$$

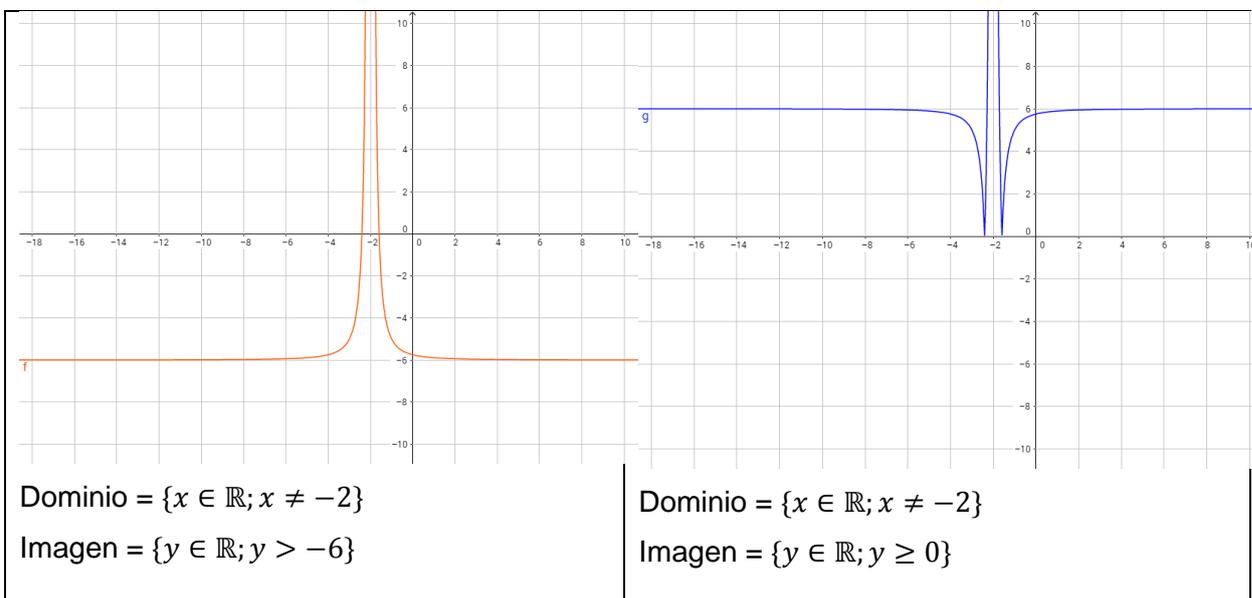
$$f(x/3) = \frac{x^3}{27} - \frac{x}{3} + 1$$

Valor absoluto o módulo

$y = |f(x)|$ Influye en las imágenes que se encuentren por debajo del eje x , la gráfica positiva se mantiene intacta de la misma manera que está por encima del eje x y las imágenes negativas se reflejarán como una imagen especular a través del eje x .

Ejemplo 7:

Dada la función $f(x) = (x + 2)^{-2} - 6$, represéntela y determine $|f(x)|$, así como dominio e imagen de $f(x)$ y $|f(x)|$



9- Restricción, prolongación y otras funciones definidas por parte...

Ejemplo 8: Representa los pares de funciones siguientes, que representan la función en su máximo conjunto de definición y una restricción de la misma:

a) $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$ y $f_R: [-1,0) \cup (0,1] \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

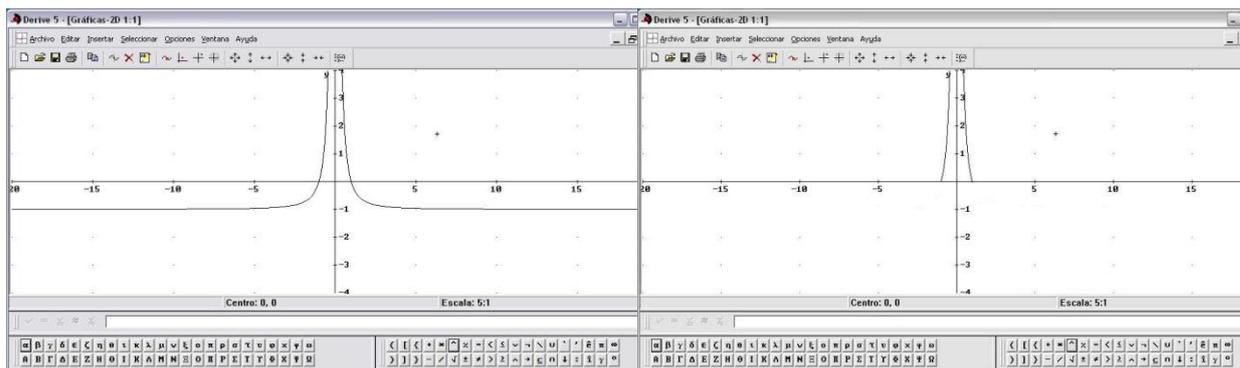
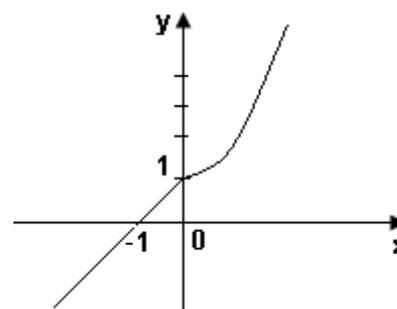


Fig. 6. Gráfica realizada en Derive 5.0.

Prolongación de una función: Sea G un conjunto tal que el conjunto de partida E de f sea un subconjunto de G . Una prolongación de f a G , llamaremos g será una función de G en F tal que: $g \upharpoonright E = f$. (Coret M., 1990:94).

En otras palabras, si tenemos una función f definida en un conjunto cualquiera podemos definir una función g que la contenga definida en un conjunto para el cual el dominio de f es subconjunto suyo. Se debe respetar en la definición de g que para el subconjunto de su dominio que corresponda al dominio de f sólo está definida f , en el resto estarán definidas otras relaciones.



Ejemplo 9: Sea $f : [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = e^x$. Definiremos la prolongación g de f como $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $x \rightarrow x + 1$. En este caso la representación gráfica de g corresponde a:

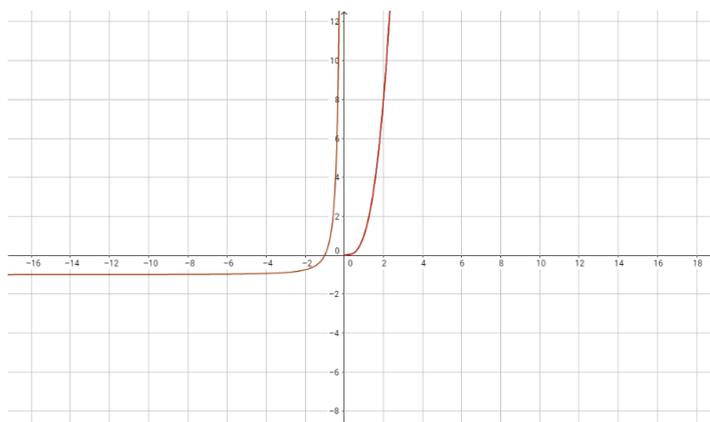
Funciones definidas por partes. Propiedades y gráficos

Las funciones que han sido prolongadas se les denominan en la literatura funciones definidas por partes. Estas funciones son de gran utilidad para modelar situaciones de la vida cotidiana. Un fenómeno muchas veces cambia su comportamiento y esto hace que cambie la relación entre los conjuntos de partida y llegada y por ende la aplicación que la describe.

Ejemplo 10: Si tenemos en cuenta las funciones del ejemplo 1 podemos formar una función por partes de la forma:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} - 1; & \text{si } x < 0 \\ x^3; & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Observa que a la izquierda de $x = 0$ las imágenes de la función tienden a $+\infty$ y a la derecha de ese mismo valor tiende a $y = 0$. De hecho $h(0) = 1$. Esta función por tanto se dice que no es continua en 0.



Anexo 9: Vistas principales del AV “Funciones”.

This screenshot shows the main page of the course 'Funciones en Décimo grado'. The browser address bar shows the URL `192.168.173.1/av/course/view.php?id=2`. The page header includes the course name and a 'Turn editing on' button. A left sidebar contains navigation and administration menus. The main content area features an 'Announcements' section, a 'Base conceptual' section with links to 'Lección 1', 'Lección 2', and 'Práctica 1', and a 'Funciones potenciales' section with a link to 'Lección 1'.

This screenshot shows the 'Lección 1: Desde la historia' page. The browser address bar shows the URL `192.168.173.1/av/mod/lesson/view.php?id=2&pageid=1`. The page header includes the course name and a 'Turn editing on' button. The left sidebar is updated to show 'Lección 1' as the active page. The main content area contains the title 'Lección 1 Desde la historia', a paragraph explaining the historical context of functions, and several mathematical examples: $\$$ Constantes propias como el número π , $2-3i$, $\sqrt{2}$; $\$$ Constantes indeterminadas o parámetros: g , p , q , etc.; $\$$ Variables: magnitudes que pueden o no cambiar. An example shows $3x - y = 0$, $2y + e = 25$, and $y = mx + n$. The page concludes with a paragraph about the application of functions in physics and a 'Continuar' button.

This screenshot shows the course administration page. The browser address bar shows the URL `192.168.173.1/av/course/view.php?id=2`. The page header includes the course name and a 'Turn editing on' button. The left sidebar is expanded to show the 'ADMINISTRATION' menu, which includes options like 'Turn editing on', 'Edit settings', 'Users', 'Filters', 'Reports', 'Grades', 'Gradebook setup', 'Badges', 'Backup', 'Restore', 'Import', 'Publish', 'Reset', and 'Question bank'. The main content area displays a list of course sections: 'Funciones potenciales' (with links to 'Lección 1', 'Práctica 1', and 'Respositorio de respuestas'), 'Función modular' (with links to 'Lección 1', 'Práctica 1', and 'Respositorio de respuestas'), and 'Profundización' (with a link to 'Lección').

ipvcess Admin User Student

Funciones en Décimo grado

Dashboard > Courses > F10 > Base conceptual > Lección 1

NAVIGATION

- Dashboard
- Site home
- Site pages
- Current course
 - F10
 - Participants
 - Badges
 - General
 - Base conceptual
 - Lección 1**
 - Lección 2
 - Práctica 1
 - Respositorio de respuestas
 - Funciones potenciales
 - Función modular
 - Profundización

- Courses

Lección 1

Busca en la colección OCEANO en la biblioteca de tu escuela información relacionada con los matemáticos que te mencionamos anteriormente. Escoge el que más te impacte y envía algunos de sus datos

Your answer

A₁ B I

ADMINISTRATION

- Lesson administration
- Course administration
- Switch role to...
 - Return to my normal role

ipvcess Admin User Student

Funciones en Décimo grado

Dashboard > Courses > F10 > Base conceptual > Lección 1

NAVIGATION

- Dashboard
- Site home
- Site pages
- Current course
 - F10
 - Participants
 - Badges
 - General
 - Base conceptual
 - Lección 1**
 - Lección 2
 - Práctica 1
 - Respositorio de respuestas
 - Funciones potenciales
 - Función modular
 - Profundización
- Courses

Lección 1

Atención!!!

§ Dos conjuntos A y B, de partida y llegada (dominio y codominio), pero ¿deberán ser necesariamente de forma tal que sean no vacíos? ¿no existirá en las funciones la función nula al igual que en los dominios numéricos existe un elemento nulo?

§ Una ley, regla o correspondencia f que se pueda determinar para todos y cada uno de los elementos del dominio y que cuando se aplique a cada uno de ellos de como respuesta un único valor, no pueden existir elementos del dominio donde la función no pueda calcularse ni existir ambigüedades en el momento de determinar la imagen.

ADMINISTRATION

- Lesson administration
- Course administration

ipvcess Admin User Student

Funciones en Décimo grado

Dashboard > Courses > F10 > Base conceptual > Lección 1

NAVIGATION

- Dashboard
- Site home
- Site pages
- Current course
 - F10
 - Participants
 - Badges
 - General
 - Base conceptual
 - Lección 1**
 - Lección 2
 - Práctica 1
 - Respositorio de respuestas
 - Funciones potenciales
 - Función modular
 - Profundización
- Courses

Lección 1

Imagen de una función

Al concepto de función están asociadas importantes elementos que a continuación resumiremos: Dada una función f de A en B , el conjunto A se denomina conjunto de partida o dominio de la función f , y escribiremos $A = D(f)$. El conjunto B se denomina conjunto de llegada o codominio de la función f .

Para cada elemento a de $D(f)$, el único elemento b de B para el cual (a,b) pertenece a f , se denomina imagen de a por f , y se denota $f(a)$ ($b = f(a)$).

En resumen el conjunto de todas las imágenes por f de elementos del $D(f)$, se denomina conjunto imagen de f , y se denota por $I(f)$, es decir: $I(f) = \{f(a) \mid a \in D(f)\}$. Es importante resaltar entonces que:

§ No siempre codominio = imagen, pueden existir elementos del codominio que no pertenecen a la $I(f)$. O sea, puede ocurrir que $I(f)$ sea un subconjunto del codominio.

§ Si C es subconjunto de $D(f)$ el conjunto $f(C)$ se denomina imagen de C por f .

Ejemplo: De las funciones siguientes diga su imagen

a) $y_1 = -x+3$ b) $y_2 = x^2+4x+4$ c) $y_3 = -x^2+6$ d) $y_4 = -x^2-8$

Respuesta:

a) Después de valorar que es una función lineal $I(y_1) = \mathbb{R}$

b) Valorar que es una cuadrática con vértice en $(-2,0)$ y abre hacia arriba $I(y_2) = [0, \infty)$

c) Analizar que es una cuadrática con vértice en $(0,6)$ y abre hacia abajo $I(y_3) =]-\infty, 6]$

Similar es una cuadrática con vértice en $(0,-8)$ y abre hacia abajo $I(y_4) =]-\infty, -8]$

ADMINISTRATION

- Lesson administration
- Course administration
- Switch role to...
 - Return to my normal role

ipvcess Admin User Student

Funciones en Décimo grado

Dashboard > Courses > F10 > Base conceptual > Lección 1

NAVIGATION

- Dashboard
- Site home
- Site pages
- Current course
 - F10
 - Participants
 - Badges
 - General
 - Base conceptual
 - Lección 1**
 - Lección 2
 - Práctica 1
 - Respositorio de respuestas
 - Funciones potenciales
 - Función modular
 - Profundización
 - Courses

Lección 1

Define relaciones que no cumplan con la definición de función porque fallen cada una de las condiciones de la definición o combinaciones de éstas.

Your answer

Rich text editor toolbar:

ADMINISTRATION

- Lesson administration
- Course administration

ipvcess Admin User Student

Dashboard > Courses > F10 > Funciones potenciales > Respositorio de respuestas > Add entry

NAVIGATION

- Dashboard
- Site home
- Site pages
- Current course
 - F10
 - Participants
 - Badges
 - General
 - Base conceptual
 - Funciones potenciales
 - Lección 1
 - Práctica 1
 - Respositorio de respuestas**
 - View list
 - View single
 - Search
 - Función modular
 - Profundización
 - Courses

Respositorio de respuestas

Aquí usted podrá subir los ficheros que se le soliciten durante el módulo Base Conceptual

[View list](#) [View single](#) [Search](#) [Add entry](#)

New entry

Lección:

Actividad:

Fichero: Maximum size for new files: 2MB, maximum attachments: 1

Files

You can drag and drop files here to add them.

ADMINISTRATION

- Database activity administration
 - [Add entry](#)
- Course administration
- Switch role to...

Anexo 10: Instrumento para evaluar indicadores de las dimensiones 1 y 2, antes de aplicar la propuesta.

Utilice sus conocimientos matemáticos sobre el tema de funciones para responder el siguiente cuestionario

Pregunta 1: Diga si son verdaderas o no las siguientes proposiciones:

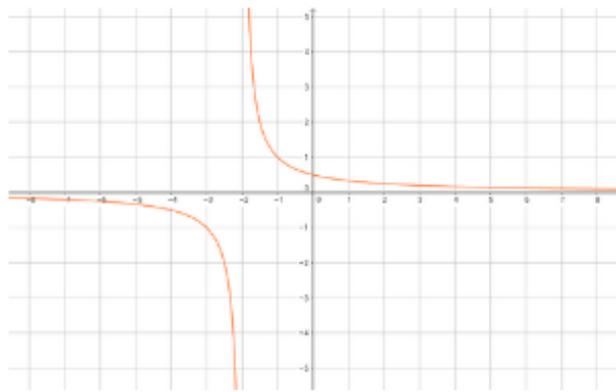
___ Si en un sistema de coordenadas se trazan rectas paralelas al eje "x" y siempre cortan a la representación en un solo punto, puede considerarse que el gráfico representa una función

___ Sea $g: [2; +\infty) \rightarrow B$ a través de la ecuación $g(x) = \frac{1}{x} - 1$, se puede afirmar entonces que g no tiene ceros ($B \subseteq R$)

___ La función definida para $x \in R$ a través de la ecuación $y = -5 + 2x$ es monótona decreciente

Pregunta 2: Seleccione la respuesta correcta en cada caso:

2.1 La ecuación de la función que corresponde al siguiente gráfico es:



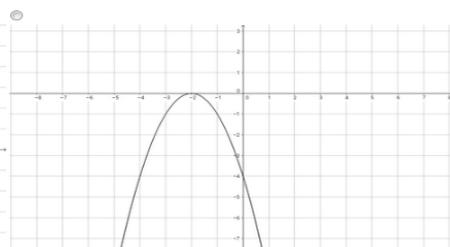
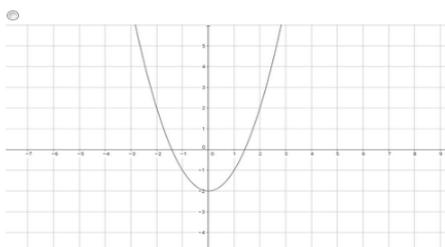
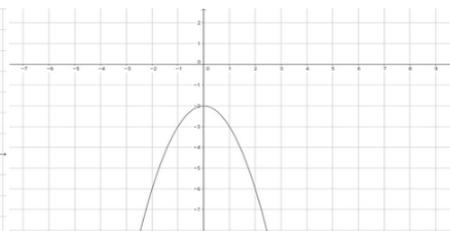
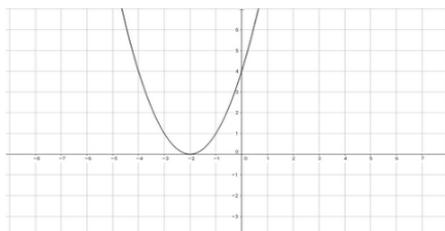
$f(x) = \frac{1}{x} - 2$

$f(x) = \frac{1}{x + 2}$

$f(x) = \frac{1}{x} + 2$

$f(x) = \frac{1}{x - 2}$

2.2 La representación gráfica de la función descrita por la ecuación $y = -(x + 2)^2$ es:



Pregunta 3: Seleccione la ecuación de la función a la cual corresponden las siguientes propiedades:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <i>Dominio</i> $\{x \in \mathbb{R}\}$ | <input type="radio"/> $y = 3x$ |
| <i>Imagen</i> $\{y \in \mathbb{R}\}$ | <input type="radio"/> $y = -3x + 2$ |
| <i>Ceros</i> $x_0 = 0$ | <input type="radio"/> $y = -x^3$ |
| <i>Monótona Decreciente</i> | <input type="radio"/> $y = (x - 1)^3$ |
| <i>Impar</i> | |

Nota: Este instrumento se aplicó de forma virtual a los estudiantes, utilizando la plataforma XAMPP en una laptop y un punto de acceso Wi-Fi, aprovechando que todos los estudiantes contaban con teléfonos celulares

Anexo 11: Instrumento para evaluar indicadores de la dimensión 3, antes de aplicar la propuesta.

Seleccione la opción que más se adapte a usted en las dos situaciones que siguen:

Situación 1:

- Me resulta interesante el tema de funciones por lo que me gustaría resolver más ejercicios del tema por mi cuenta
- Me resulta interesante el tema de funciones pero me limito a resolver los ejercicios que propone el profesor en la clase
- No me llama mucho la atención el tema de funciones pero resuelvo los ejercicios que orienta el profesor
- No me llama nada la atención el tema de funciones y solo resuelvo los ejercicios porque el profesor me obliga

Situación 2:

- Quisiera conocer y resolver ejercicios de funciones relacionados con situaciones de la vida cotidiana.
- Me gustaría solo conocer donde están presente las funciones en la vida cotidiana y resolver algún ejercicio que me llame la atención.
- Solo me gustaría conocer el campo de aplicación de las funciones en la vida diaria, nada más.
- No me llamaría la atención nada relacionado con el tema de funciones que no tenga que ver con la clase.

Nota: Este instrumento se aplicó de forma virtual a los estudiantes, utilizando la plataforma XAMPP en una laptop y un punto de acceso Wi-Fi, aprovechando que todos los estudiantes contaban con teléfonos celulares

Anexo 12: Instrumento para evaluar indicadores de las dimensiones 1 y 2, después de aplicar la propuesta.

Pregunta 1: Diga si las siguientes correspondencias representan funciones o no:

- Relación en la que a cada número natural se le hace corresponder su duplo aumentado en 3
- Relación en la que a cada estudiante del grupo 3 de décimo grado se le hace corresponder su madre
- Relación en la que a cada madre se le hacen corresponder sus hijos

Pregunta 2: Diga si son verdaderas las proposiciones siguientes

___ Si para una función g cuya ecuación tiene la forma $g(x) = \frac{1}{x+d} + e$, su A.V. es $x=1$ y su A.H. es $y=2$, entonces se cumple que $g(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

___ Sea $h: (-\infty; 3] \rightarrow B$ a través de la ecuación $h(x) = |x - 3| - 1$, entonces su valor mínimo es $y=1$

___ Una función f es impar si al considerar dos valores opuestos cualesquiera del dominio, sus imágenes son opuestas

Pregunta 3: Dadas las ecuaciones siguientes, que corresponden a funciones, expréselas en dos representaciones diferentes, diga qué tipo de representación es y mencione tres de sus propiedades:

$$f(x) = \frac{1}{-x^2 + 3} \quad g(x) = \left| \frac{x}{2} - 4 \right| - 2 \quad h(x) = \frac{x^2 - 5x}{x}$$

Anexo 13: Instrumento para evaluar indicadores de la dimensión 3, después de aplicar la propuesta.

Después de haber interactuado con el curso virtual de funciones que se encuentra en el Aula Virtual del centro usted puede afirmar que:

- Me motivó la propuesta en mi superación para resolver problemas matemáticos del tema de funciones
- Resolví los ejercicios propuestos en el curso virtual por lo innovador de la propuesta
- Resolví los ejercicios propuestos solo por diversión
- Sigue sin motivarme el tema de funciones a pesar de haber visto otra forma de presentarme el tema

Sabiendo que en 1898 un biólogo comprobó que se puede determinar la temperatura ambiente con el chirrido de una de las especies de grillos, y sabiendo además que esta relación representa una función, a usted le gustaría:

- Conocer quién fue este biólogo y saber cómo lo hizo su descubrimiento
- Conocer solo cuál es la ecuación de este fenómeno y aplicarla para comprobar su veracidad
- Conocer solo que existe la ecuación pues tal vez pudiera ser de ayuda algún día
- No creo que sea necesario saber de la relación entre grillos y funciones.

Anexo 14: Matriz de valoración para la dimensión 3.

	Muy Motivado	Medianamente Motivado	Poco Motivado	Desmotivado
Indicador 1	Muestra interés por el tema y disposición por resolver ejercicios y problemas intramatemáticos del tema de funciones	Muestra interés por el tema pero solo se limita a resolver ejercicios y problemas intramatemáticos del tema de funciones cuando el profesor lo exige	No presenta interés por el tema pero resuelve los ejercicios y problemas intramatemáticos relacionados con las funciones que orienta el profesor	No presenta interés por el tema ni muestra disposición por resolver ejercicios y problemas intramatemáticos relacionados con el tema de funciones
Indicador 2	Muestra interés por el tema y disposición por resolver ejercicios y problemas extramatemáticos del tema de funciones	Muestra interés por el tema pero solo se limita a resolver ejercicios y problemas extramatemáticos cuando el profesor lo exige	No presenta interés por el tema pero resuelve los ejercicios y problemas extramatemáticos relacionados con las funciones que orienta el profesor	No presenta interés por el tema ni muestra disposición por resolver ejercicios y problemas extramatemáticos relacionados con el tema de funciones

Anexo 15: Tabla de los resultados de los indicadores 1 y 2, antes y después de aplicar la propuesta.

	Antes		Después	
	correcto	incorrecto	correcto	incorrecto
Dimensión 1 Indicador 1	28	2	28	2
Dimensión 1 Indicador 2	26	4	28	2
Dimensión 1 Indicador 3	26	4	27	3
Dimensión 2 Indicador 1	16	14	24	6
Dimensión 2 Indicador 2	22	8	25	5
Dimensión 2 Indicador 3	15	15	26	4

Anexo 16: Tabla de los resultados del indicador 3, antes y después de aplicar la propuesta.

	Antes				Después			
	Ma	A	M	B	Ma	A	M	B
Dim 3 Ind 1	9	14	5	2	24	2	3	1
Dim 3 Ind 2	12	11	4	3	19	4	6	1

Leyenda:

Ma: Muy alto

A: Alto

M: Medio

B: Bajo