

***Universidad de Ciencias Pedagógicas
Silverio Blanco Núñez
Sancti Spíritus***

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE
MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

**Ejercicios para el desarrollo de la habilidad
resolución de problemas que conducen a
sistemas de dos ecuaciones lineales con
dos variables.**

Autor: Lic. Rudens Cañizares Rodríguez.

Año 2010

Universidad de Ciencias Pedagógicas

Silverio Blanco Núñez

Sancti Spíritus

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE
MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

**Ejercicios para el desarrollo de la habilidad
resolución de problemas que conducen a
sistemas de dos ecuaciones lineales con dos
variables.**

Autor: Lic. Rudens Cañizares Rodríguez.

Tutor: MSc. Segundo García Alonso.

Año 2010

“ Resolver el problema después de conocer sus elementos, es más fácil que resolver el problema sin conocerlo. (...) conocer es resolver. ”

José Martí

AGRADECIMIENTOS.

En este trabajo son incontables las personas que de una forma u otra, han contribuido a la realización del mismo. Mencionarlos a todos es muy difícil y podríamos cometer el error de omitir algunos nombres, por lo que hemos preferido expresar en general nuestro profundo agradecimiento a todos, y solamente haremos mención al MSc. Segundo García Alonso.

DEDICATORIA.

A mis padres, que son mi guía.

A quienes lucharon y luchan por un mundo mejor.

A mi familia y seres queridos que son varios

A todo el que me dio su mano.

SÍNTESIS

La investigación a presentar, surge de la necesidad de elevar la calidad del aprendizaje y dar solución a problemas como el planteado en la presente tesis: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, en los alumnos de segundo semestre de la Facultad Obrero Campesina (FOC) Raúl Santos González? en el que se trazó como objetivo: Aplicar ejercicios que contribuyan al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Para su realización el autor formuló preguntas científicas a las que dio respuesta realizando tareas de investigación, empleando métodos teóricos, empíricos y estadísticos, con los que además de conceptualizar los principales términos utilizados, se caracterizó la muestra; logrando un diagnóstico que sirvió de punto de partida para la concepción y planificación de la propuesta; formada esta, en su mayor parte, por ejercicios de formato variado que dan solución a problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, donde el alumno debe poner en práctica los conocimientos adquiridos.

ÍNDICE

CONTENIDOS.	PÁG.
INTRODUCCIÓN.	1
CAPÍTULO 1. Presupuestos teórico - metodológicos que sustentan el	

proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática en la Educación de Adultos.	10
1.1. El proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática.	10
1.2. La resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.	27
CAPÍTULO 2. Propuesta de ejercicios que contribuyen al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.	40
2.1. Resultados del pre-test.	40
2.2 Fundamentación de los ejercicios propuestos para el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González.	47
2.3. Propuesta de ejercicios.	49
2.4 Validación de la efectividad en la práctica pedagógica de los ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables en segundo semestre de FOC.	61
CONCLUSIONES.	66
RECOMENDACIONES.	68
BIBLIOGRAFÍA.	69
ANEXOS.	

INTRODUCCIÓN

En los momentos actuales en Cuba se está llevando a cabo una Revolución Educativa, para defender las conquistas del proyecto social cubano. Los pilares de la educación para el siglo XXI, aprender a aprender, aprender a hacer, aprender a convivir juntos, conducen a la solución de los problemas de aprendizaje como una de las líneas prioritizadas de la investigación educativa.

Investigaciones realizadas en Cuba, dirigidas al estudio de la calidad de la educación, han demostrado la existencia de un conjunto de problemas de aprendizaje; los cuales no niegan los avances que, en este sentido, se han alcanzado; pero constituyen una limitación en cuanto al tipo de hombre que la sociedad cubana necesita, el que debe ser cada vez más competente, con un desarrollo del pensamiento que le permita asumir un carácter más transformador y creador, dominar los avances de la ciencia y la técnica y conducirse hacia un desarrollo más creativo de la sociedad.

La Matemática para la formación multilateral de los alumnos es sin lugar a dudas un presupuesto irrevocable, juega un papel especial en el desarrollo del pensamiento lógico y en la interpretación del mundo, mediante un aprendizaje significativo de sus contenidos básicos. En especial la resolución de problemas es una vía de acceso al desarrollo de este pensamiento.

Dentro de las transformaciones que ha tenido la Educación de Adultos, ocupa un lugar destacado la Matemática como asignatura prioritizada para lograr un vínculo con la vida y el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, como base y parte esencial de la formación integral y armónica de su personalidad.

Como resultado de las transformaciones, se han rediseñado los contenidos correspondientes y se precisan los métodos más efectivos de la asignatura, de tal forma que respondan a las exigencias actuales. Están organizados atendiendo a las tres áreas fundamentales para el nivel: aritmética, álgebra y geometría, en ese orden, y se entrelazan en él las líneas directrices, con énfasis en la que incluye el planteo, formulación y resolución de problemas.

En este sentido, la tarea principal de la enseñanza de la Matemática consiste en transmitir a las nuevas generaciones los conceptos, proposiciones y procedimientos básicos de esta ciencia, de modo que los alumnos aprecien el valor y la utilidad de esta información, puedan comunicar sus razonamientos matemáticos al acometer tareas en colectivo y adquieran capacidades que les permitan aplicarla en la identificación, planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza, relacionados con la vida práctica y otras disciplinas del currículo.

Se considera la concepción de aprendizaje como un proceso activo, reflexivo y regulado, a través del cual el sujeto que aprende se apropia de forma gradual, de una cultura acerca de los conceptos, proposiciones y procedimientos de esta ciencia, bajo condiciones de orientación e interacción social que le permiten apropiarse, además de las formas de pensar y actuar del contexto histórico social en que se desarrolla. En la actualidad la resolución de problemas constituye uno de los campos más importantes de la investigación educativa, ya que es socialmente relevante por el aporte que significa para su buen desempeño en la vida.

En efecto, la resolución de problemas matemáticos se ha de ver, no sólo como una actividad cognoscitiva dentro de la Matemática y para la Matemática, sino como actividad que permite la reflexión, la comunicación de ideas, la conexión de conceptos y que ayude a resolver problemas sociales de la vida cotidiana.

Por otro lado, son importantes algunos cuestionamientos que se han hecho a la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos por especialistas en este tema.

En este sentido se comparten las opiniones de L. Campistrous y C. Rizo (1996:32) cuando plantean que: "... existen muchas dificultades en los alumnos para resolver problemas en general" y puntualizan: "En la profundización que se ha realizado sobre la causa de este problema, pueden verse algunas muy importantes relacionadas con la metodología de su tratamiento. Por lo general los procedimientos metodológicos que se dan están dirigidos a acciones que debe realizar el maestro, es decir, es una metodología de enseñanza y no está dirigida a la búsqueda de procedimientos de actuación para el alumno".

La capacidad de resolución de problemas, se ha convertido en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción que ponga en primer plano su tratamiento y a partir de esas ideas centrales es que se debe determinar el contenido de esta.

La resolución de problemas contribuye en los alumnos a desarrollar la memoria y el carácter, la rigurosidad, el sentido práctico y la facultad de abstracción; también ayuda a cultivar la inteligencia y la disposición para enfrentar nuevas exigencias; permite despertar la curiosidad y motivar el interés por la investigación, así como apoyar y fomentar el desarrollo del espíritu crítico y la independencia.

A pesar de la existencia de diferentes investigaciones precedentes acerca de la resolución de problemas matemáticos, aún persisten insuficiencias en esta habilidad.

En la investigación, se consultaron los criterios de varios especialistas que han incursionado en el tema, entre los que se destacan: Alberto Labarrere (1980), Sergio Ballester (1992), Luis Campistrous, Celia Rizo (1996) y Marta Álvarez Pérez (2004).

A pesar de los esfuerzos realizados en la Educación de Adultos, existen dificultades en el aprendizaje que tienen una manifestación marcada en la asignatura Matemática, específicamente en la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, mostrándose en la poca solidez de los conocimientos y la insuficiente utilización de estos en su actividad cotidiana en contradicción con las aspiraciones que se desean alcanzar.

En la práctica pedagógica, a través de las observaciones en clases y resultados de las comprobaciones de conocimientos aplicadas por los diferentes niveles, se ha constatado que los alumnos de segundo semestre de FOC presentan dificultades en la resolución de problemas, en especial, cuando la vía de solución es mediante un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables, visto a través de:

- Interpretación del texto del problema.

- Determinación de las variables.
- Planteamiento de las ecuaciones.
- Solución del sistema de ecuaciones.
- Comprobación del resultado.
- Bajo nivel motivacional para realizar los ejercicios.

Teniendo en cuenta lo antes descrito se plantea el siguiente **problema científico**: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González?

Ante este problema se determina como **objeto de estudio**: el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y como **campo de acción**: el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González.

Se traza como **objetivo**: Aplicar ejercicios que contribuyan al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

El alcance de este trabajo se apoya en las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teórico-metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza - aprendizaje para la resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables en la Facultad Obrera Campesina?
2. ¿Cuál es el estado actual de los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables?
3. ¿Qué características deben tener los ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González?

4. ¿Qué resultados se obtendrán con la aplicación en la práctica escolar de los ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas, que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González?

Para cumplir con las preguntas anteriores se acometen las siguientes **Tareas científicas**

1. Determinación de los fundamentos teórico - metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza - aprendizaje para la resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables en la Facultad Obrera Campesina.
2. Diagnóstico del estado actual de los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.
3. Elaboración de los ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC.
4. Validación de la propuesta de ejercicios.

Para un acertado desarrollo de la investigación se utilizaron **métodos** teóricos, empíricos y matemáticos que se muestran a continuación.

Del nivel teórico:

Histórico y lógico: Permite estudiar la trayectoria real del desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos, así como su evolución y desarrollo en la Educación de Adultos.

Análisis y síntesis: En la determinación de los presupuestos teóricos, leyes, en el acopio de la información, en el uso de los documentos normativos, así como en la literatura especializada, propiciando la determinación de las partes y la integración de las distintas etapas del cumplimiento de las tareas científicas.

Inducción y deducción: Se utilizó en la búsqueda de las características individuales de los alumnos, en la selección de la muestra, en la interpretación

de la información obtenida, en el establecimiento de relaciones y nexos, en la determinación de contenidos esenciales y en la elaboración de las actividades.

Tránsito de lo abstracto a lo concreto: se utilizó para determinar las causas, a partir de la aplicación de instrumentos, sobre las insuficiencias que presentan los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Posteriormente, se empleó para analizar los aspectos teóricos relacionados con el desarrollo de esta habilidad, donde se asumieron los criterios que mejor se avienen con la investigación y después permitió la elaboración y aplicación de los ejercicios, así como la generalización de la interpretación de los resultados.

Enfoque de sistema: se empleó en el esclarecimiento de las relaciones entre los elementos del diseño teórico de la investigación, entre dimensiones, indicadores, métodos e instrumentos, desde la concepción teórica que se asume para la aplicación de los ejercicios dirigidos a elevar el nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas, que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González

Del nivel empírico:

La prueba pedagógica: Posibilitó conocer la realidad diagnosticando el estado inicial y final del desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, a través de los indicadores seleccionados.

La observación científica: Posibilitó recoger información inmediata y real acerca de las regularidades que presentan los alumnos en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Atendiendo a los tipos de observación, se utilizaron en la investigación la directa, real, abierta, individual y externa.

Pre experimento: Al trabajar con una muestra formada por alumnos de segundo semestre de FOC, se registró el estado en que se encontraba el nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de

dos ecuaciones lineales con dos variables, se introdujeron los ejercicios y posteriormente se volvió a registrar el estado de la variable dependiente.

Del nivel matemático o estadístico:

Se utilizaron procedimientos de la estadística descriptiva tales como tablas de frecuencias y gráficos, para realizar el procesamiento de la información recolectada con la aplicación de los diferentes instrumentos e indicadores asociados a los diferentes métodos, así como para la sistematización y comparación de la información obtenida que permitió hacer conclusiones válidas en la exposición del resultado final de la tesis.

La **población** determinada son los 53 alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González y la **muestra** seleccionada de forma intencional, son los 12 alumnos del grupo A, que representa el 22,6% de la población. Se puede señalar que este colectivo entró al centro con grandes insuficiencias en la asignatura de Matemática. No dominan el algoritmo general para resolver problemas, lo que se manifiesta en que existe un bajo nivel motivacional, realizan un análisis superficial y fragmentado del texto del problema, que se traduce en dificultades con la comprensión.

Conceptualización de las variables:

Variable independiente: Ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

El autor de este trabajo asume la definición dada por: Expósito, R. C. y otros, quienes definen ejercicio como *"La actividad que exige del alumno la realización de acciones y operaciones específicas para la fijación de un determinado conocimiento habilidad o hábito."* (2001:32).

Variable dependiente: nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Se asume como concepto de habilidad *"la capacidad adquirida por el hombre, de utilizar creadoramente sus conocimientos y hábitos, tanto durante el proceso de actividad teórica como práctica."* Danilov y Skatkin (1978: 127).

El autor de esta tesis considera el nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, “como el dominio de la acción en función del grado de sistematización alcanzado y el poder aprovechar los conocimientos que tiene para la resolución exitosa de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables”.

Operacionalización de la variable dependiente.

Se determinaron las siguientes **dimensiones e indicadores**:

Dimensiones	Indicadores
Cognitivo-procedimental	1. Comprensión del texto del problema. 2. Búsqueda del plan de solución. 3. Ejecución del plan de solución. 4. Comprobación del resultado obtenido.
Motivacional.	5. Disposición para resolver el problema. 6. Nivel de satisfacción al solucionar el problema.

La **novedad** científica consiste en que los ejercicios están vinculados con otras asignaturas del plan de estudio y con la vida, presentan un formato variado, tienen en cuenta los conocimientos precedentes que poseen los alumnos, además están fundamentados por una concepción didáctica de problemática integradora para la formación de habilidades en la solución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

El **aporte** está dado por la propuesta de ejercicios que se ponen a disposición del profesor de Matemática de la Educación de Adultos, los cuales pueden ser utilizados en las clases de consolidación o de nuevo contenido, controlando y evaluando el avance del desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos.

Este trabajo está **estructurado** en una introducción, que recoge los antecedentes del problema y el diseño teórico-metodológico, dos capítulos: en el primero aparecen las reflexiones teóricas acerca del desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables y en el segundo se expone el diagnóstico, la fundamentación de la propuesta de ejercicios, así como la evaluación de su efectividad, a partir de su implementación mediante un pre-experimento en la práctica. Contempla además, las conclusiones, recomendaciones, la bibliografía y los anexos.

CAPÍTULO 1. Presupuestos teórico-metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación de Adultos.

1.1. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación de Adultos.

“El proceso de enseñanza-aprendizaje ha sido históricamente caracterizado de formas diferentes, que van desde su identificación como proceso de enseñanza con un marcado acento en el papel central del maestro como transmisor de conocimientos, hasta las concepciones más actuales, en las que se concibe este proceso como un todo integrado en el que se pone de relieve el papel protagónico del alumno. En este último enfoque se revela como característica determinante la integración de lo cognitivo y lo afectivo, de lo instructivo y lo educativo, como requisitos psicológicos y pedagógicos esenciales.” (Rico y Silvestre, 1997: 69).

Este proceso tiene lugar primero en el aula, bajo la orientación y dirección del docente, el que a la vez propicia la adquisición de los procedimientos para el aprendizaje por el alumno y estimula el desarrollo de su independencia cognoscitiva. En la medida que el alumno va interactuando con mayor amplitud y profundidad con el conocimiento de la asignatura en cuestión, va adquiriendo los elementos del contenido bajo un análisis reflexivo que facilita su interiorización, a la vez le pone en condiciones de enfrentar tareas docentes de mayor nivel de complejidad, más interesantes y productivas, además que estimula la independencia cognoscitiva.

Plantear principios para el aprendizaje no puede ser una simple especulación, su determinación debe basarse en la sistematización y generalización teórica de la actividad práctica en el proceso de enseñanza–aprendizaje, que se desarrolla en las condiciones de la educación en su sentido amplio. El aprendizaje tiene un carácter socio–histórico concreto, está en correspondencia con la filosofía, la psicología y la sociología de la educación que los sustentan y en otras ciencias afines, debe ser general para todas las asignaturas del currículo, constituye un sistema y abarca todos los elementos del proceso de enseñanza–aprendizaje en sus funciones instructivas, educativas, formadoras,

determinando el contenido, los métodos, procedimientos, formas de organización y evaluación, teniendo como categoría rectora los objetivos.

El aprendizaje en cada época histórica debe ir teniendo modificaciones para responder a las exigencias que la sociedad le impone a la escuela, como institución social.

Hoy la enseñanza no deberá llevar a los alumnos a la práctica por la práctica, sino promover la unidad dialéctica teoría-práctica, que se apropien de manera consciente de generalizaciones que les permiten operar con conceptos, leyes, establecer nexos y relaciones; todo lo cual favorecerá que el aprendizaje adquiera significado y sentido para ellos.

Su evolución histórica del principio relativo a la unidad de lo concreto y lo abstracto deberá recoger no solo que se visualice el contenido de la enseñanza, sino que señale aquellas acciones específicas que son necesarias para revelar el contenido del concepto a formar.

El proceso de enseñanza-aprendizaje deberá estructurarse de modo que el alumno se apropie de procedimientos para aprender a aprender, con conocimiento de la esencia y de las relaciones que se establecen entre los objetos, fenómenos y procesos.

Se deben propiciar tareas de aprendizaje que estimulen la abstracción, que exijan que el alumno explore, indague y trate de explicar los objetos, fenómenos y procesos que estudia, aunque no siempre tenga delante el objeto material para hacer referencia al mismo. Muchos docentes consideran que llevar a las aulas abundantes medios de enseñanza que objetiven el contenido favorecerá el aprendizaje, pero lo que se recomienda es tener en cuenta el objetivo de la clase, el lugar que esta ocupa en un sistema de clases, las características del contenido y las particularidades de los alumnos.

El carácter científico del aprendizaje debe conducir a los alumnos a apropiarse de un pensamiento teórico, que les permita dominar teorías, leyes, conceptos, pero que además, puedan actuar con conocimientos de causa, les formen valores que los conduzcan a que vivan en sociedad, proteger el medio ambiente y transformar creadoramente la naturaleza y su espacio.

El tema de aprendizaje ha suscitado el interés de investigadores de diversas procedencias a lo largo de este siglo; psicólogos y pedagogos de diversas corrientes, de tendencias diferentes y por tanto desde referenciales teóricos diferentes han presentado estudios de este fenómeno para desentrañar su naturaleza.

El enfoque histórico-cultural creado por L. S. Vigotsky, posteriormente enriquecido por la psicología y la pedagogía cubana; desde otras perspectivas han dimensionado el carácter activo del aprendizaje al considerarlo como un tipo de actividad humana, que se produce en un medio social histórico determinado.

Existen diversas definiciones de aprendizaje, se destacan, entre otros autores: Margarita Silvestre Oramas que lo define como “el proceso de formación de un conocimiento o de desarrollo de una habilidad, que se produce de forma gradual, desde un nivel más simple, hacia otro más complejo”. (2000)

Por su parte Doris Castellanos, en el libro *Aprender y Enseñar en la Escuela: Una Concepción Desarrolladora*, conceptualiza aprendizaje como:

“El proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia sociohistórico, en el cual se producen, como resultados de la actividad del individuo y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables, que le permitan adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad”. (2002).

Tomando como base esta referencia teórica se ha asumido la definición de aprendizaje elaborada por la Dra. Margarita Silvestre Oramas, considerándose que es un proceso de adquisición de los contenidos, donde se destaca la importancia de la actividad, el paso gradual de un nivel a otro, evidenciándose de forma cualitativa y cuantitativa a la vez.

Es decir, las personas utilizan el conocimiento que poseen y sus propias condiciones o posibilidad para construir nuevos conocimientos y para el proceso de transformación de su personalidad y la de otros.

Esta forma de concebir el aprendizaje pone en el centro de atención: al sujeto activo, el alumno, concebido como personalidad orientada hacia un objetivo, en

interacción con otros sujetos (el profesor, los padres, los coetáneos u otras personas del entorno social).

Principios didácticos a asumir en un aprendizaje integrador:

Se toman de ejemplo, los principios didácticos enunciados por G. Labarrere y G. Valdivia: carácter educativo de la enseñanza, carácter científico de la enseñanza, la asequibilidad, la sistematización de la enseñanza, la relación entre la teoría y la práctica, carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor, la solidez de la asimilación de los conocimientos, habilidades y hábitos, la atención de las diferencias individuales dentro del proceso docente educativo, carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto.

Los principios didácticos en cada época histórica deben ir teniendo modificaciones para que el proceso de enseñanza-aprendizaje que rigen, responda a las exigencias que la sociedad le impone a la escuela, como institución social.

El proceso de aprendizaje se realiza de forma gradual desde un nivel más simple hacia otro más complejo. Sin los antecedentes requeridos el alumno no puede asimilar conocimientos estructurados a niveles superiores de exigencia. Para lograr un aprendizaje desarrollador se debe conocer, entre otros elementos, cuáles son los niveles de asimilación del conocimiento por los que debe transitar el alumno.

La asimilación consciente es el principio didáctico mediante el cual se garantiza el conocimiento más sólido de las definiciones, leyes, hechos, la comprensión profunda de deducciones y generalizaciones, conjuntamente con el saber expresar el pensamiento de la forma más correcta, la transformación de los conocimientos adquiridos.

La actividad externa es la única forma en que se puede saber la asimilación de los conocimientos por el alumno, el desarrollo y habilidades que alcanza en cada contenido.

El análisis de esta actividad permite observar diferentes grados de desarrollo o niveles de asimilación. Se señalan generalmente cuatro niveles fundamentales de asimilación de los contenidos de la enseñanza: reconocimiento,

reproductivo, aplicación y creación. En el caso de la Matemática específicamente se ven reflejados de la siguiente forma.

Reconocimiento: Se refiere a la identificación de conceptos, proposiciones, relaciones y estructuras matemáticas. Es el más elemental para asimilar otros niveles de asimilación. Ejemplo: Reconocer figuras planas.

Reproductivo: Se refiere al reconocimiento y utilización de conceptos, proposiciones, relaciones, estructuras matemáticas y procedimientos matemáticos en situaciones simples. Ejemplo: Operaciones de cálculo simple.

Aplicación: Se refiere a la utilización de conceptos, proposiciones, relaciones, estructuras matemáticas, procedimientos matemáticos, formas de trabajo y pensamiento matemático de uso frecuente y carácter básico para la formación ciudadana o escolar en situaciones relativamente acostumbradas y de relativa complejidad. Ejemplo: Comparar, clasificar, valorar objetos, procesos y fenómenos.

Creación: Se refiere al reconocimiento y aplicación de conceptos, proposiciones, relaciones, estructuras matemáticas, procedimientos, pensamiento y forma de trabajo matemático de uso poco frecuente en el ámbito escolar en relaciones complejas y poco acostumbradas.

De estos cuatro niveles los últimos tres son los más trabajados debido a su grado de dificultad.

En la práctica educativa cubana se ha venido utilizando en la elaboración y estructuración de los objetivos de las diferentes asignaturas, así como en la dosificación metodológica del contenido, los niveles de asimilación de los conocimientos y las habilidades que debe transitar el proceso de enseñanza aprendizaje del alumno. Sin embargo ¿Cuáles deben ser los niveles de asimilación cognitivo que debe reflejar el alumno en las diferentes etapas de su desarrollo?

Para responder esta pregunta se debe conceptuar: Desempeño cognitivo.

Para verificar el nivel de logros alcanzados por los alumnos en cada uno de los niveles de enseñanza, se realiza rastreando el grado de desarrollo de ciertas

competencias cognitivas, estas competencias son: ejecución de algoritmos, adquisición de conceptos, resolución de problemas y comunicación.

El desempeño cognitivo es lo que se debe hacer en un área del saber de acuerdo con las exigencias establecidas para ello, y cuando se trata de los niveles de desempeño son dos aspectos interrelacionados, es el grado de complejidad con que se quiere medir este desempeño cognitivo y al mismo tiempo la magnitud de los logros del aprendizaje alcanzados en una asignatura determinada.

En este trabajo se han considerado tres niveles de desempeño cognitivo, vinculados con la magnitud y peculiaridad de los logros del aprendizaje alcanzados por el alumno en las diferentes asignaturas del currículo escolar tomados en el libro “La medición de la eficiencia de los aprendizajes de los alumnos”.

Primer nivel: Capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básicas de una asignatura dada, para ello deberá reconocer, identificar, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales en los que esta se sustenta.

Segundo nivel: Capacidad del alumno de establecer relaciones conceptuales, donde además de reconocer, describir e interpretar los conceptos deberá aplicarlos a una situación planteada y reflexionar sobre sus relaciones internas.

Tercer nivel: Capacidad del alumno para resolver problemas, por lo que deberá reconocer y contextualizar la situación problemática, identificar componentes e interrelaciones, establecer las estrategias de solución, fundamentar o justificar lo realizado.

El que el alumno se enfrente a la solución o generación de problemas es también de relevancia social por su aporte para el buen desempeño de él en la vida.

En cada una de las asignaturas estos niveles se manifiestan atendiendo a las características de cada una de ellas. En matemática estos niveles se expresan:

Nivel I: En este nivel se consideran los alumnos que son capaces de resolver ejercicios formales eminentemente reproductivos (saber leer y escribir números, establecer

relaciones de orden en el sistema decimal, reconocer figuras planas y utilizar algoritmos rutinarios usuales), es decir, en este nivel están presentes aquellos contenidos y habilidades que conforman la base para la comprensión Matemática.

Nivel II: Situaciones problemáticas, que están enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los alumnos, que sin llegar a ser propiamente reproductivas, tampoco pueden ser consideradas completamente productivas. Este nivel constituye un primer paso en el desarrollo de la capacidad para aplicar estructuras matemáticas a la resolución de problemas.

Nivel III: Problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado. En este nivel los alumnos son capaces de reconocer estructuras matemáticas complejas y resolver problemas, que no implican necesariamente el uso de estrategias, procedimientos y algoritmos rutinarios, sino que posibilitan la puesta en escena de estrategias, razonamientos y planes no rutinarios, que exigen al alumno poner en juego su conocimiento matemático.

Para medir correctamente los niveles de aprendizaje de los alumnos se deben confeccionar preguntas que respondan al nivel deseado. Debido a que la propuesta de acciones que recomienda este trabajo tiene en cuenta mejorar el aprendizaje, entre otras acciones, utilizar ejercicios que midan los niveles de desempeño, se hace necesario plasmar las características que deben tener estas preguntas, cómo deben enfocarse, qué comprueban.

Las preguntas del nivel de reproducción: comprueban la comprensión conciente del objeto del conocimiento, donde intervienen fundamentalmente los procesos mentales de percepción, memoria, pensamiento y lenguaje, como procesos cognitivos de la personalidad.

Las habilidades que comprueban este nivel son: describir, explicar con palabras, realizar operaciones de cálculos y prácticas que respondan a un algoritmo, reconocer, identificar, enunciar definiciones o propiedades.

Las preguntas del nivel de aplicación: se caracterizan por la utilización eficiente de los conocimientos, hábitos y habilidades en la solución de situaciones nuevas de carácter creador, teóricas y prácticas.

A este nivel corresponden actividades de discernimiento más complejas, como la comparación, clasificación, valoración de objetos, procesos y fenómenos de la realidad objetiva.

Las preguntas del nivel de creación: este nivel exige a los alumnos una gran actividad independiente en nuevas condiciones y situaciones.

A este nivel corresponden actividades dirigidas a intensificar la aplicación y otras que sitúan al alumno, ante una situación problemática o una contradicción que para resolverla tenga que utilizar de modo creador los conocimientos que posee, sus hábitos y habilidades son los que estimulan la formación de los rasgos creadores, que por tanto favorecen la creación.

Existen preguntas que están consideradas como casos límites entre un nivel y otro, por encontrarse en la frontera de estos ya que cada nivel contiene al que le precede, pues para lograr uno es necesario haber logrado el anterior.

El logro de estos niveles en la Matemática como asignatura, debe corresponderse con la edad y madurez de los alumnos. Resulta imposible el desarrollo de una labor educativa, sin considerar las condiciones sociales e históricas en que se desarrolla el proceso de educación de la personalidad del alumno, y a la vez las características generales y peculiares de su desarrollo individual.

Por lo anteriormente planteado resulta pertinente conocer las características específicas que presentan los alumnos de la FOC que enfrentan este proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las fuentes de ingreso a la Educación de Adultos, están conformadas por jóvenes desvinculados, amas de casa, obreros, campesinos y otros que se proponen elevar su nivel cultural; todos adultos, expresión de que en ellos no se ha detenido la aspiración de mejorar y perfeccionarse.

La realidad educativa manifiesta que el adulto, como educando, presenta características peculiares y diferentes a las de los niños en el ejercicio de la

misma actividad, entonces se precisa no solo de una metodología, sino de todo un sistema educativo que, fundamentado en principios filosóficos, psicológicos, responda a las necesidades del proceso de enseñanza-aprendizaje y de la formación de los adultos.

Se considera que un adulto es aquel individuo (hombre o mujer) que desde el punto de vista físico ha logrado una estructura corporal definitiva, biológicamente ha concluido su crecimiento, psíquicamente ha adquirido una conciencia y ha logrado el desarrollo de su inteligencia, en lo sexual ha alcanzado la capacidad genésica, socialmente obtiene derechos y obligaciones ciudadanas, económicamente se incorpora a las actividades productivas y creadoras.

Tal consideración enfatiza en que la adultez es un período de crecimiento cognitivo más que de estabilidad o de declinación. El adulto tiene potencialidades cognitivo-afectivas que condicionan y propician en él una mayor flexibilidad ante las disímiles situaciones de aprendizaje.

La adultez se caracteriza fundamentalmente por la elevación de la capacidad productiva y por el perfeccionamiento de la personalidad, en tal sentido adquiere responsabilidad socio-laboral y marca el tránsito de la vida independiente, productiva, social y personal.

Por su parte Valcárcel Izquierdo, N. (2007), plantea: “Posee el adulto condiciones favorables para desarrollar un aprendizaje desarrollador: sus criterios, la madurez, sus valores, la experiencia que lo acompaña, así como su cosmovisión.”

Todas estas condicionantes no pueden quedar fuera del análisis del docente, pues constituyen facilitadores para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para el adulto lo principal no es estudiar, lo principal es la búsqueda del sustento de su familia, por lo que el aprendizaje tiene que ser significativo, en aras de motivar a estos alumnos en este proceso del que más que objeto sea sujeto activo.

El pensamiento lógico también se hace presente en la actividad andragógica. El adulto tiene conciencia lógica y dialéctica, sabe por qué estudia y para qué estudia y puede fácilmente apreciar de forma inductiva y deductiva las

consecuencias del acto educativo, teniendo presente además, que la actividad educativa del adulto es un hecho voluntario y no impuesto.

La actividad andragógica es un hecho dinámico, activo, real concreto, objetivo y fundamentalmente práctico. El adulto concurre a una institución educativa o inicia individualmente un aprendizaje, para enriquecer el caudal de los conocimientos que ya posee, funcionalizar su experiencia, mejorar sus niveles culturales y profesionales o dar satisfacción a transitorios o permanentes intereses que aparecen debido al devenir dialéctico de la vida adulta.

“Enseñar exige respeto a la autonomía de ser del educador, el respeto a la autonomía y la dignidad de cada uno es un imperativo ético y no un favor que podemos no concedernos unos a otros. El profesor que menosprecia la curiosidad del educando, sus gustos estéticos, su lenguaje, más precisamente su sintaxis y su prosodia, el profesor que trata con ironía al alumno, que esquivo el deber de enseñar, de estar respetuosamente presente en la experiencia formadora del educando, transgrede los principios fundamentales éticos de nuestra existencia”. (Freire, P., 1978).

Esta concepción refuerza la necesidad para que el profesor siempre tenga presente las características del alumno que enseña, sin menospreciar sus intereses, gustos, preferencias.

En la actividad andragógica desaparece la diferencia marcada entre educador y educando. Ambos son adultos con experiencia, igualados en el proceso dinámico de la sociedad. El tradicional concepto de que uno enseña y otro aprende, uno que sabe y otro que ignora, teóricamente deja de existir en la actividad andragógica, para traducirse en una acción recíproca donde muchas veces, es el alumno el que enseña y el maestro el que aprende.

Al encontrar en las aulas de la educación de adultos un grupo de alumnos que por diversas formas se han desvinculado del estudio y que pueden haber olvidado contenidos recibidos en niveles escolares precedentes, así como haber perdido hábitos y métodos de estudios, entonces el profesor está obligado a partir de estas limitaciones, desarrollar un aprendizaje funcional, útil, en ellos.

“El adulto es un sujeto activo e independiente capaz de tomar por sí mismo decisiones en su vida personal y profesional, posiciones que transporta a la actividad cognitiva en el proceso de aprendizaje.” (Ferrer Pérez, R., 1976:4).

El docente debe partir de las características psicopedagógicas, colocando al adulto en un rol activo, crítico, reflexivo, productivo, comunicativo y colaborador, que esté implicado con su proyecto de vida para lograr una formación cultural e integral como aspira el país.

El profesor de Matemática debe tener presente las características del adulto con que trabaja, de modo que sepa cómo despertar su interés y mantener viva su atención, qué hacer para evitar el olvido y propiciar la durabilidad de los conocimientos en un grupo etéreo en que el aprendizaje no es una prioridad, cómo elevar la efectividad en la formación y desarrollo de las habilidades y capacidades matemáticas.

Esto implica la necesidad de diagnosticar al adulto en relación estrecha con la solución de problemas prácticos vinculados a su vida, el proceso laboral y social, satisfaciendo sus propias necesidades y aspiraciones personales.

Para comprender el significado de la Matemática y su enseñanza hay que conocer su desarrollo histórico el cual nos muestra que los conocimientos matemáticos, surgidos de las necesidades prácticas del hombre mediante un largo proceso de abstracción, tiene un gran valor para la vida.

El estudio de la enseñanza de la Matemática ha atravesado etapas muy variadas, en el antiguo Egipto, fue sumamente práctica en su contenido y uso. La Matemática fue requerida para las mediciones de los campos, la construcción de edificaciones, la creación de calendarios y el comercio; contribuyó notablemente al avance de la civilización egipcia.

La escuela griega, a diferencia de la egipcia, organizaba y elaboraba los conocimientos que se tenían, obteniéndose un sistema deductivo, algunos exponentes fueron: Thales de Mileto, Pitágoras, Platón y Aristóteles, quienes perfeccionaron el método deductivo. Ya en el siglo XVIII la Matemática adquiere un asombroso desarrollo y se ocupa de sus aplicaciones prácticas en la Mecánica, la Astronomía, la Física y la Geodesia.

Como se muestra, durante el siglo XVIII, la Matemática es nuevamente práctica, debiéndose esencialmente a que los matemáticos de ese tiempo eran astrónomos, físicos, geoditas y muy pocos matemáticos puros, por lo que preocupó el desarrollo de las ramas matemáticas que podían ser aplicadas y no tanto la estructuración de sus teorías. Todo lo contrario ocurre en el siglo XIX y primera mitad del siglo XX, donde prevalecen los estudios puros de matemática.

En la segunda mitad del siglo XX, se logra un equilibrio entre lo teórico y lo práctico en la Matemática. Se desarrollan modelos matemáticos que responden a las necesidades de diversos campos de la vida práctica y que, poco a poco, se consolidan como teorías matemáticas. Tal es el caso de la Programación Lineal y el Análisis Estadístico, entre otras, que han aparecido como ramas de la Matemática en los últimos cuarenta años.

En el siglo en que vivimos la aplicación de la Matemática juega un importante papel en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, el estudio del rendimiento de los atletas, invadiendo así todos los campos del saber de la humanidad.

El estudio de las múltiples aplicaciones de la Matemática en diferentes esferas de la vida económica, cultural, militar y social puede servir para comprender la necesidad del empleo de esta ciencia en bien de la sociedad y en la defensa de la patria. La naturaleza misma de sus aplicaciones (vinculadas a procesos productivos y otras ciencias) pueden favorecer la formación politécnica: el enfoque y planteamiento de los problemas de aplicación puede contribuir a fomentar la conciencia de producir y trabajar eficientemente para construir un mundo mejor para todos.

Actualmente “La tarea principal de la enseñanza de la Matemática consiste en transmitir a las nuevas generaciones los conceptos, proposiciones y procedimientos básicos de esta ciencia, de modo que los alumnos aprecien el valor y la utilidad de esta información, puedan comunicar sus razonamientos matemáticos al acometer tareas en colectivo y adquieran capacidades que les permitan aplicar la Matemática en la identificación, planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza, relacionados con su entorno.” (Ballester Pedroso, S., 2007:17)

Tal concepción científica y desarrolladora sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, implica promover un aprendizaje reflexivo, interactivo, cooperativo en todos los alumnos, sin el cual se pierde el objetivo principal de la enseñanza de esta asignatura; sin embargo la práctica educativa actual dista en ocasiones de esta aspiración.

La enseñanza de la Matemática en la escuela cubana tiene la tarea de contribuir a la preparación de los jóvenes para la vida laboral y social. Se trata de que estos dispongan de sólidos conocimientos matemáticos, que les permitan interpretar los adelantos científicos, que sean capaces de operar con ellos con rapidez, rigor y exactitud, de modo consciente y que lo puedan aplicar en forma creadora a la solución de problemas de diversas esferas de la vida.

Lo anteriormente señalado expresa la necesidad de que la escuela proporcione una elevada instrucción matemática general, la que se caracteriza por:

- El dominio de un saber matemático básico que debe ser ampliado en dependencia de la profesión seleccionada por cada joven.
- La disponibilidad del saber y el poder matemático para su utilización.
- La comprensión de problemas matemáticos, en el marco de los conocimientos básicos de la formación matemática escolar.
- El reconocimiento de problemas matemáticos en la vida práctica de nuestro medio social y la intuición para buscar soluciones a los mismos.
- La decisión para la selección y el empleo de los medios matemáticos necesarios en la solución de los problemas y el aseguramiento lógico de cada reflexión, de cada paso en la solución.
- La capacidad de abstracción.
- La adaptación a las tendencias modernas y de desarrollo de la Matemática.

En esta asignatura, se asume la concepción de aprendizaje como un proceso activo, reflexivo y regulado, a través del cual el sujeto que aprende se apropia de forma gradual, de una cultura acerca de los conceptos, proposiciones y procedimientos de esta ciencia, bajo condiciones de orientación e interacción social, que le permiten apropiarse, además, de las formas de pensar y actuar del contexto histórico social en que se desarrolla.

La importancia de la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana, se fundamenta en los siguientes elementos básicos:

- El reconocido valor de los conocimientos matemáticos para la solución de los problemas que nuestro pueblo debe enfrentar para la edificación de la sociedad socialista
- Las potencialidades que radican en el aprendizaje de la Matemática para contribuir al desarrollo del pensamiento
- La contribución que puede prestar la enseñanza de la Matemática al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones.
- El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, concebido a partir de la política educacional del estado, reconoce la necesidad de elevar el grado de motivación para el aprendizaje, al declarar que es fundamental que se cree un clima favorable alrededor del estudio de esta asignatura, con la utilización de recursos disponibles, entre otros los dirigidos al desarrollo de la autonomía en el aprendizaje y creatividad.

El alumno debe aprender a analizar los problemas, encontrar por sí mismo los medios para resolverlos; la resolución de problemas no puede convertirse en la realización de ejercicios rutinarios que no estimulan la iniciativa, la independencia y la creatividad.

El proceso de enseñanza transcurre indisolublemente ligado al de aprendizaje de los alumnos y no se desarrolla de manera empírica ni espontánea, sino sujeto a objetivos bien determinados, y según regularidades históricamente comprobadas, lo cual se materializa en la adopción de lineamientos generales para la enseñanza de la Matemática, dictadas por el Ministerio de Educación:

- Contribuir a la educación (ideopolítica, jurídica, laboral y económica, para la salud estética y ambiental) de los alumnos, mostrando que la Matemática permite la obtención y aplicación de conocimientos a la vida, la ciencia, la técnica y el arte, posibilita comprender y transformar el mundo, y ayuda a desarrollar valores y actitudes acorde con los principios de nuestra revolución.

- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo, al proponer variadas tareas de aprendizaje, en correspondencia con los resultados del diagnóstico individual y grupal.
- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, mediante la realización de tareas cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.
- Hacer que los alumnos aprendan a identificar, formular y resolver problemas dados en contextos diferentes, de modo que los conocimientos, habilidades, modos de actividad mental y actitudes que se desean formar en los alumnos, que se adquieran mediante el trabajo con problemas y en función de resolver estos.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, incluyendo dentro de estos últimos los procedimientos heurísticos que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas y que son de tanta utilidad como los procedimientos algorítmicos.
- Enfatizar en el análisis de las causas de los errores, de manera de poder aprovecharlos conscientemente, para que los propios alumnos los corrijan en un ambiente cooperativo y donde se propicien acciones de autovaloración y autocontrol.

Estos lineamientos generales corroboran el carácter consciente, contextualizado, dirigido y científico del proceso pedagógico en la enseñanza de la Matemática, todo lo cual se dirige a favorecer la formación multilateral del alumno, fomentando su conciencia de estudiar para construir un mundo mejor para todos.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación de Adultos debe dirigirse de modo que los alumnos sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y en el desarrollo de las habilidades, enfrentándose a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje.

Constituyen precisamente estas contradicciones que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, las que se erigen en fuerza impulsora

del desarrollo de los alumnos, para lograr conocimientos cualitativamente superiores.

En la clase de Matemática hay que tener en cuenta el volumen de información que pueden asimilar los alumnos, la distribución de la carga de trabajo de modo que evite el cansancio y la monotonía, todo lo cual facilitará una asimilación más efectiva.

La adquisición de un sólido saber y poder, es una condición necesaria pero no suficiente para la formación de una personalidad acorde a los intereses de la sociedad en que vive. Se requiere de un hombre que sepa utilizar sus conocimientos en función de la solución de los problemas que se le presentan cotidianamente.

La asignatura Matemática posibilita un desarrollo intelectual a los alumnos; esto se promueve debido a que:

- “Los conceptos, las proposiciones y los procedimientos matemáticos poseen un elevado grado de abstracción y su asimilación obliga a los alumnos a realizar una actividad mental rigurosa.
- Los conocimientos matemáticos están estrechamente vinculados formando un sistema que encuentra aplicación práctica de diversas formas, lo cual permite buscar y encontrar vías de solución distintas, por su brevedad, por los medios utilizados o la ingeniosidad de su representación. Ello ofrece un campo propicio para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico.
- Las formas de trabajo y de pensamiento matemático, requiere de los alumnos una constante actividad intelectual que exige generalizar, comparar, fundamentar, demostrar y generalizar, entre otras operaciones mentales.

De esta manera la enseñanza de la Matemática en el campo del desarrollo intelectual de los alumnos, expresa la contribución al desarrollo del pensamiento en general, así como a diversas formas específicas del pensamiento matemático.

A través del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, debe hacerse explícita la significación social de lo que el alumno aprende, lo que se expresa concretamente por la manifestación que tiene lo que asimila en la ciencia, en la

técnica, en la sociedad en general, y especialmente por la manifestación en su actuación contextual.

Los problemas que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática no son una excepción en la Educación de Adultos. Este reconocimiento redimensiona el papel del profesor que labora en este nivel, lo compromete con la función social de la institución escolar y lo induce a aprovechar el potencial de su disciplina como herramienta intelectual primordial para dar respuesta a un sinnúmero de intereses y problemas.

Dentro de los objetivos y contenidos de la asignatura de Matemática para la Educación de Adultos se encuentran, entre otros:

- Demostrar una concepción científica del mundo y una cultura político-ideológica, mediante el modo en que se argumentan los contenidos matemáticos, las consecuencias con que se sostienen los principios de la batalla de ideas y las ideas de Martí, el Che y Fidel, la forma en que se defienden las conquistas del socialismo cubano y la profundidad con que se rechaza el capitalismo y al poder hegemónico del imperialismo yanqui.
- Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo económico, político y social local, nacional, regional y mundial; y con fenómenos y procesos científicos, ambientales, que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas a diferentes contextos y promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de actividad mental, de sentimientos y actitudes que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida.

Esto implica que los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental y actitudes que se desean formar en los alumnos, se adquieran mediante la resolución de problemas, que propician que los mismos se habitúen a un ambiente interactivo, y a reflexionar, plantear hipótesis y conjeturas de modo que la resolución de problemas no sea solo el medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos.

Para el logro de estos fines, estos problemas deben ser relevantes, complejos, que contribuyan a la educación ideopolítica, jurídica, laboral y económica, para la salud sexual, estética y ambiental de los alumnos, preferentemente vinculadas a su entorno natural y social, en una dialéctica entre las formas de trabajo y pensamiento disciplinar e interdisciplinar, problémico y no problémico.

Una de las formas de ordenamiento del contenido matemático para su enseñanza, es atender a los aspectos principales de la transmisión de conocimientos, el desarrollo de habilidades y capacidades generales y específicas y de la educación de los alumnos, en este caso se refiere a las llamadas líneas directrices que son "... lineamientos que penetran todo el curso escolar, con respecto a los objetivos particulares a lograr, los contenidos que deben ser objeto de apropiación y a los métodos a elegir." (Ballester Pedroso, S. et al., 2007:57)

Específicamente en el segundo semestre de la Facultad Obrero Campesina, quedan determinados como objetivo específico que los alumnos deben demostrar que son capaces de:

- Resolver problemas mediante los sistemas estudiados y que se correspondan con situaciones de la vida práctica.

Especial significación tiene la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, dentro del currículo de la Matemática. El trabajo con este tipo de problema es de especial significación para el desarrollo de capacidades intelectuales y prácticas en los alumnos.

Por esta razón, la capacidad de resolución de problemas se ha convertido en el centro de enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción de su enseñanza que ponga en primer lugar la capacidad de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento lógico.

1.2. El desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Las habilidades ocupan un lugar importante en la realización exitosa de las diferentes tareas del alumno. El profesor debe tener siempre presente que

determinar un objetivo en término de desarrollo de habilidades, implica la necesidad de especificar el tipo de actividad para la cual ellas son requeridas.

El término habilidad, en sentido general, independientemente de las distintas acepciones que cobra en la literatura psico-pedagógica moderna, es generalmente utilizado como sinónimo de “saber hacer”. (Smirnov, A., Leontiev, A.N. 1961: 412).

En este sentido, se opina que un alumno posee determinada habilidad cuando “muestra dominio de la acción en función del grado de sistematización alcanzado y pueda aprovechar los conocimientos que tiene para la resolución exitosa de las determinadas tareas teóricas o prácticas.”

Al hablar de un alumno con habilidades para resolver determinado problema matemático, se hace referencia a que él pueda, ante todo, establecer el tipo de problema que debe solucionar, determinar las relaciones cuantitativas implicadas, las condiciones del problema, los datos presentados y lo que es necesario hallar, determinar la vía de solución y proceder a la solución del problema.

La existencia de la habilidad en el alumno solo puede determinarse en el propio proceso de realización de la actividad. La actividad no es solamente la vía con la que se puede determinar la existencia de una habilidad, sino también la condición de su perfeccionamiento; de ahí que el profesor, al dirigir el proceso de formación y desarrollo de habilidades, debe estructurar de manera adecuada la actividad de sus alumnos, teniendo en cuenta tanto las condiciones psicopedagógicas generales como las específicas de su asignaturas.

Las habilidades se relacionan y se identifican de diferentes maneras según los criterios seguidos por varios autores que han incursionado la temática, y que han sido tomados como referentes en investigaciones desarrolladas en Cuba y en el mundo.

Por su parte Danilov y Skatkin relacionan la habilidad en términos de capacidad, “la capacidad adquirida por el hombre, de utilizar creadoramente sus conocimientos y hábitos, tanto durante el proceso de actividad teórica como práctica.” Danilov y Skatkin (1978: 127).

J. Zilberstein (1999:7), plantea que, "... la habilidad se desarrolla en la actividad e implica el dominio de las formas de la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa, es decir el conocimiento en acción."

En tal sentido los doctores E. Machado y Nancy Montes de Oca (2004:8) plantean que: "...las habilidades se forman, desarrollan y manifiestan en la actividad y la comunicación como resultado de la interacción continua entre las condiciones internas del individuo y las condiciones de vida externas, siendo la interacción social con los otros (maestros, alumnos, padres, etcétera.) de vital importancia para su desarrollo..."

Otros autores que tratan el término son: A. Petrovski (1978:188): reconoce la habilidad como actividad; para M. López (1990) y V. González (2001) constituyen operaciones; en el plano didáctico C. Álvarez (1996) y H. Fuentes (1998) caracterizan la habilidad como las acciones que el sujeto realiza.

El autor de esta tesis asume la definición dada por E. Machado y Nancy Montes de Oca, considerando que la habilidad está relacionada con la actividad que desarrolla el sujeto, la cual transcurre a través de diferentes procesos siendo la interacción social con los demás de vital importancia para su desarrollo, además porque se relaciona estrechamente con las exigencias de la educación cubana contemporánea al vincular a la escuela con la familia en el desarrollo de este proceso.

Luego en todo este proceso de socialización del ser humano y su integración al medio social en que se desarrolla, las habilidades constituyen formas en que el sujeto puede ejecutar o asimilar una actividad creadora, que en el caso particular del contexto investigado se basa en una concepción psicológica de la enseñanza, donde el énfasis fundamental debe realizarse en que el alumno asimile los modos de actuación necesarios para adquirir de manera independiente el conocimiento, que después requerirá en su especialización profesional y en su tránsito por la vida.

Dada la importancia y la diversidad de funciones que cumple la resolución de problemas, se comprende que es un objetivo principal en la educación de jóvenes y adultos el desarrollo de habilidades en este contenido matemático.

Para Polya (1982:19), un clásico de la investigación de la resolución de problemas, resolver un problema significa “buscar conscientemente con alguna acción apropiada, una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar”

En un problema se identifican como componentes importantes: las condiciones, las exigencias y el contexto. Las condiciones, también llamadas datos, son los componentes del problema que transmiten a quien lo resuelve la información acerca de la situación. Esta información puede darse explícitamente o estar presente de forma implícita; en ese último caso se habla de condiciones derivadas o intermedias.

Las exigencias constituyen la parte del problema donde se especifica el objetivo final a alcanzar por el que lo resuelve y pueden aparecer en forma de preguntas o como indicaciones. Un problema puede contener una o varias exigencias.

Otros investigadores sobre el tema coinciden en la definición del término problema. Resulta pertinente el análisis del criterio de Werner Jungk (1979:46), pues establece un concepto de problemas partiendo de lo conocido y lo desconocido, llevándolo al plano de tarea, o sea, se trata del carácter del problema a plantear, él se refiere a que “La misma teoría puede ser para una persona que conoce el algoritmo (sistema de operaciones para la solución de una tarea) un ejercicio y para una persona que no conoce el algoritmo puede ser un problema en el sentido amplio.”

A criterio de Alberto Labarrere (1998:9) “Todo verdadero problema se caracteriza porque exige que aquel que lo resuelva (...) compromete de una forma entera su actividad cognitiva que se emplea a fondo desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento, la elaboración de hipótesis o ideas previas de solución.”

Además puntualiza que “... para aquellos que tengan conocimientos o experiencias anteriores de cómo se resuelve una situación dada, la tarea de dar solución al problema consistiría sólo en la aplicación rutinaria de los conocimientos asimilados al respecto, el esfuerzo cognitivo comprometido sería mínimo y la solución en dependencia de un conjunto de circunstancias sería

obtenido con más o menos celeridad, la situación dada no puede ser considerada entonces como un problema.”

El análisis de estas concepciones anteriormente expuestas, permite afirmar que si el alumno ya conoce la vía de solución, entonces la situación no es considerada un problema, de donde se puede inferir que una situación que pueda ser problema para uno no lo es para otro, deviene entonces la necesidad de que cada situación planteada al alumno provoque y active su trabajo mental, desplazando esfuerzo cognoscitivo en la búsqueda de los procedimientos de solución.

Una aproximación a los términos más contemporáneos sobre problemas, llevan a detenerse en las concepciones de los autores L. Campistrous y C. Rizo. (2002:IX) quienes asumen como concepto de problema “...toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla ... la vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tienen que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación.”

Desde el punto de vista didáctico, la anterior definición posee marcado valor, ya que en la selección de los problemas a proponer a un grupo de alumnos, hay que tener en cuenta no solo la naturaleza de la tarea, sino también los conocimientos que las personas requieren para su solución y las motivaciones que tienen para ejecutarlas.

El autor de esta investigación, comparte los criterios expuestos por Campistrous y Rizo al considerar que estos abordan de forma muy detallada todos sus postulados y los concretan a acciones dirigidas a que el alumno deje de ser un objeto de enseñanza y pase a ser sujeto de su aprendizaje, es decir, describen el procedimiento en función del alumno, incluidas las técnicas empleadas en cada fase, cuestión esta que se considera de gran importancia como procedimiento algorítmico en la solución de problemas.

Para aquellos que tengan conocimientos (experiencia anterior) de cómo se resuelve una situación dada, la tarea de dar solución al problema consistirá sólo en la aplicación rutinaria de los conocimientos asimilados al respecto, el esfuerzo cognoscitivo comprometido será mínimo y la solución, en dependencia

de un conjunto de circunstancias, será obtenida con más o menos celeridad. La situación dada no puede ser considerada, entonces, como un problema.

Un problema para una persona puede no serlo para otra que conozca la vía y no le interese acometer acciones para encontrar una solución; el alumno debe crear la necesidad de superar las barreras que el problema le provoca, deben desear conocer las incógnitas de la situación planteada, pero para lograr este interés se debe tener presente la diferenciación y el diagnóstico, -por parte del maestro-, de aquellas situaciones que en realidad son capaces de provocar y activar el trabajo mental de los alumnos.

Como es apreciable en el análisis realizado, al concepto de problema está asociado el proceso mediante el cual se obtiene un resultado que satisface sus exigencias. En la bibliografía consultada: Jungk (1979); Polya (1982); Ballester y otros (1992:407); Labarrere (1998), Albarrán (2004), no existe un criterio único aunque sí hay convergencias en las definiciones.

La importancia de los problemas está dada por las funciones que estos desempeñan en la enseñanza de la Matemática y que se encuentran en estrecha relación con los campos de objetivos de la enseñanza de esta disciplina.

El hecho de ser los problemas reflejo de las relaciones reales entre objetos, procesos y fenómenos, hacen que se conviertan en una fuente importante de conocimientos científicos acerca de la realidad.

Existen potencialidades educativas en los problemas que tratan sobre aspectos relacionados con la economía, la política, la sociedad, el medio ambiente, entre otros, para contribuir a la formación de valores, actitudes y normas de conducta, acorde con los objetivos formativos de la educación de adultos.

Por medio de la interpretación de los datos, puede contribuirse a la formación del alumno. El objetivo no es solo plantear el problema y resolverlo, sino comprenderlo e interpretarlo desde el punto de vista clasista, aspecto que se puede realizar:

- Durante el planteamiento de un problema: el análisis de su contenido puede reflejar la importancia del asunto para el país o la comunidad;

- En la interpretación de los resultados: se pueden destacar los logros, esfuerzos del Estado, instituciones, etcétera, lo que puede llevar a comparaciones entre sistemas económicos.

Para cumplir con esta función, el profesor debe actualizar sus problemas con datos que muestren la realidad, extraídos de la prensa, discursos y otros. En tales casos el material debe ser comprensible, actualizado, objetivo.

El intento de resolver un problema tiene por premisa, generalmente, el recurrir a determinados conocimientos teóricos, ya existentes en forma de métodos o medios auxiliares de resolución. El pensamiento se dirige hacia esta finalidad, demandando de múltiples operaciones, que forman varios aspectos del proceso mental, vinculados entre sí y que se funden uno en otro. Tales operaciones son la comparación, el análisis y la síntesis, la abstracción y la generalización, que ayudan a descubrir los nexos y relaciones cada vez más objetivos.

La resolución de un problema, no debe verse como un momento final. Es un proceso complejo de búsqueda y necesita del trabajo mental. En las circunstancias actuales se ha convertido en una necesidad social, ya que el hombre constantemente debe enfrentarse y resolver múltiples problemas.

“Desde el punto de vista psicológico, resolver problemas es una de las actividades más utilizadas por el hombre, desarrolla su pensamiento, produce en el sujeto un cierto grado de incertidumbre, donde hay discernimiento, razonamiento.” (Labarrere, 1989).

“Desde el punto de vista metodológico un problema es toda situación que hay que resolver para lo cual no existe o no se conoce un algoritmo de solución.” (Jungk, 1988 y Zillmer, 1993).

Resolver problemas ha ayudado a construir la ciencia matemática: el desarrollo de sus teorías y conceptos, casi siempre han surgido de la necesidad de resolver problemas. Desde el punto de vista instructivo es una de las maneras de introducir y fijar conocimientos y habilidades.

Se ha podido comprobar en investigaciones realizadas (Labarrere, 1987), que “la resolución de problemas contribuye a desarrollar la memoria, el carácter, la rigurosidad, el sentido práctico y la facultad de abstracción; también ayuda a cultivar la inteligencia y la disposición para enfrentar nuevas exigencias; permite

despertar la curiosidad y motivar el interés por la investigación, así como apoyar y fomentar el desarrollo del espíritu crítico, la independencia y firmeza en sus convicciones.”

Los investigadores que trabajan este tema han elaborado diferentes modelos de la resolución de un problema. Los trabajos realizados por la escuela alemana se proponían formular un Programa Heurístico General, que abarcara todo el proceso de resolución de ejercicios y problemas, además, en el que estuvieran presentes todos los demás programas como subprogramas o en forma de casos especiales.

La mayor parte de los investigadores consideran que todos los modelos se enmarcan en la sucesión de pasos descritos de forma ordinaria, sin tener en cuenta el papel activo del alumno. Es por ello que Polya trabajó en el desarrollo de estrategias en la resolución de problemas. Él introduce su modelo de cuatro fases o etapas junto con las heurísticas, útiles en la resolución de problemas.

Principios para la resolución de un problema dados por George Polya: (James Stewart, 2002:78)

No existen reglas firmes y rápidas que garanticen el éxito en la resolución de problemas, sin embargo, es posible delinear algunos pasos generales del proceso de solución de problemas y aprender algunos principios que puedan resultar útiles.

1. Entender el problema.

El primer paso es leer el problema y asegurarse de entenderlo con claridad, haciéndose las siguientes preguntas:

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son las cantidades dadas?

¿Cuáles son las condiciones dadas?

Para muchos problemas resulta útil dibujar un diagrama e identificar las cantidades dadas y las necesarias para el diagrama.

Comúnmente es necesario introducir una notación apropiada, que en algunos casos ayuda usar iniciales sugerentes.

2. Pensar en un plan.

Encontrar una relación entre la información dada y lo que se desconoce, que permita calcular la incógnita, haciéndose la siguiente pregunta:

¿Cómo se pueden relacionar los datos con lo desconocido?

Si no se ve una relación de inmediato, resultan útiles las siguientes ideas para idear un plan:

Intentar conocer algo familiar: Relacionar la situación dada con sus conocimientos. Observar la incógnita e intentar recordar un problema que se haya resuelto y que tenga una incógnita semejante.

Intentar reconocer patrones: Reconocer que se presenta algún modelo (geométrico, aritmético o algebraico). Si se reconoce regularidad o repetición en un problema, quizás se pueda conjeturar cuál es el modelo y probarlo.

Usar la analogía: Intentar pensar en un problema análogo; es decir, un problema semejante o relacionado, pero más fácil que el original que podría dar los indicios que se necesitan para resolverlo.

Introducir algo nuevo: Introducir algo nuevo, algo auxiliar, para ayudar a establecer conexión entre los datos y lo desconocido.

Establecer casos: Dividir el problema en varios casos y dar un argumento diferente para cada uno.

Resolver hacia atrás: Imaginar que el problema está resuelto y trabajar hacia atrás, paso a paso, hasta llegar a los datos dados. Es común aplicar este procedimiento al resolver ecuaciones.

Establecer metas intermedias: Establecer metas intermedias (en las cuales solo se satisface parcialmente la situación deseada). Si se alcanza la primera de estas metas intermedias, es posible que se pueda construir sobre ellas hasta alcanzar la meta final.

Razonamiento indirecto: Utilizar la demostración indirecta para llegar a una contradicción de lo que se está seguro que es verdadero.

Inducción matemática: Aplicar el principio de inducción matemática (inducción completa). Es útil aplicarlo para probar proposiciones que comprenden un entero positivo n .

3. Llevar a cabo el plan.

Poner en práctica el plan ideado comprobando cada etapa y escribiendo los detalles que prueben que cada una es correcta.

4. Mirar retrospectivamente.

Luego de completar la solución es inteligente revisarla, en parte para ver si se cometieron errores en la solución y también para ver si se puede pensar de una manera más fácil de resolver el problema. Otra razón para mirar hacia atrás es que permite familiarizarse con el método de solución y esto puede ser útil para resolver un problema futuro.

El Ministerio de Educación (2004:25) insiste en la resolución de problemas, a partir del programa heurístico general. A este proceder metodológico se acoge el autor; ya que constituye para el profesor un instrumento general de dirección del proceso, y para el alumno el fundamento completo de su orientación en el trabajo con ejercicios con carácter de problemas.

Las etapas o fases del programa de heurística general aparecen a continuación:

Etapas o fases	Temas principales
Orientación hacia el problema	Comprensión de problemas.
Trabajo con el problema	Búsqueda de la idea de solución.
Solución del problema	Representación o ejecución del plan de solución.
Evaluación de la solución y de la vía	Comprobación del resultado obtenido.

Estas cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores; por eso se exponen a continuación junto con algunas heurísticas:

1. Orientación hacia el problema: Es la fase en que el individuo o grupo, que ha de resolver el problema, lo comprende mediante la identificación de las condiciones y las exigencias. En ocasiones, puede realizarse una estimación de la solución.

Esta etapa parece a veces innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, especialmente cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Se debe leer el enunciado despacio y atender a las siguientes interrogantes:

¿Cuáles son los datos? (lo dado)

¿Cuáles son las incógnitas? (lo buscado)

Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.

Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

2. Trabajo con el problema: Es la fase en que se elabora un plan de resolución.

Para ello se sugiere la utilización de heurísticas tales como:

¿Este problema es parecido a otros que se han resuelto?

¿Se puede plantear el problema de otra forma?

Imaginar un problema parecido pero más sencillo.

Suponer que el problema ya está resuelto.

¿Cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?

¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

3. Solución del problema: Es la fase donde se ejecuta el plan de resolución concebido.

Al ejecutar el plan se debe comprobar cada una de las operaciones realizadas. En ello intervienen las llamadas decisiones ejecutivas, dirigidas al control de lo que se hace, teniendo en cuenta las preguntas:

¿Qué estoy haciendo?

¿Por qué lo hago?

¿Para qué lo hago?

¿Cómo lo usaré después?

Cuando se tropieza con alguna dificultad que deja bloqueado, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

4. Evaluación de la solución y de la vía: Es la fase en que se comprueba si la solución encontrada satisface las exigencias del problema, se analizan otras posibles vías de resolución, se analiza si existen otras soluciones del problema, además de la encontrada y se plantean nuevos problemas a partir del problema resuelto.

Es la fase más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con el contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que se ha resuelto, y su contraste con la realidad que se quería resolver. En esta fase son comunes acciones tales como leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo pedido se ha satisfecho.

Preguntas que pueden orientar el trabajo en esta etapa son las siguientes:

¿Parece lógicamente posible la solución?

¿Se puede comprobar la solución?

¿Hay algún otro modo de resolver el problema?

¿Se puede hallar alguna otra solución?

Después de un análisis más profundo de las etapas para la resolución de problemas, el autor considera que, el procedimiento más aceptado para resolver problemas matemáticos, resulta el del Ministerio de Educación, ya que en este se tienen en cuenta todas las etapas o fases que se deben seguir para una correcta resolución de problemas, describiendo un procedimiento heurístico general para la resolución de los mismos.

La utilización del programa heurístico es considerado como una estrategia para pensar y crear, entendiéndose así al conjunto de actividades que se realizan con el objetivo de que el alumno busque, cree y participe de manera activa en la obtención de conocimientos, habilidades y hábitos.

Una reflexión general sobre los presupuestos teórico-metodológicos que sustentan el desarrollo de la habilidad resolver problemas en la educación de

adultos, permiten al autor de esta investigación aseverar que los problemas constituyen uno de los recursos didácticos más empleados en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, por considerarse uno de los aspectos más efectivos para promover y fortalecer el conocimiento científico y el desarrollo de capacidades intelectuales generales.

En la resolución de problemas matemáticos y en especial los que conducen a sistemas de ecuaciones es importante profundizar en el análisis del texto para extraer las relaciones y dependencias entre las magnitudes. En estos dos aspectos del análisis juega un papel especial las palabras claves las cuales indican carácter de las magnitudes, operaciones a realizar entre ellas y posibilidades de relacionar estas magnitudes a través de ecuaciones.

Los ejercicios que se modelan por sistemas de ecuaciones son complejos ya que el margen para expresar las operaciones matemáticas por medio del lenguaje común es más amplio. El texto de tales ejercicios contiene formulaciones lingüísticas para la igualdad y las relaciones correspondientes entre las magnitudes que pueden ser muy variadas.

Un problema que conduce a un sistema sencillo de dos ecuaciones lineales con dos variables, puede ser resuelto por reflexiones lógicas sobre el contenido de forma rápida, pero de forma general se resuelven por métodos analíticos: sustitución o adición y sustracción.

El tratamiento de los problemas que conducen a sistemas lineales no es muy diferente al de los problemas que conducen a ecuaciones lineales con una variable; de hecho existe una amplia gama de problemas de este tipo que se pueden modelar mediante un sistema de ecuaciones, resultando a veces más fácil para el alumno; no obstante se pueden encontrar otros problemas cuya solución solo puede realizarse por medio de un sistema de ecuaciones.

Persisten en la Educación de Adultos como insuficiencias el desarrollo de la habilidad resolver problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables. Aunque varios investigadores han tratado de solucionar tal deficiencia por vía científica, esto continúa siendo una dificultad presente en la práctica educativa donde se desempeña el autor de esta tesis.

Por ello se presenta como una necesidad contribuir a que los jóvenes y adultos hagan suyos los modos de acción, se sistematice el procedimiento heurístico general, se interprete el significado de las operaciones aritméticas, iniciándose el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada en la adquisición de determinados conocimientos.

CAPÍTULO 2. Propuesta de ejercicios que contribuyen al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

2.1. Resultados del pre-test.

Dando respuesta a la segunda pregunta científica planteada en esta investigación, se realizó un diagnóstico para determinar el estado inicial de la variable dependiente, en los alumnos de tercer semestre de la FOC Raúl Santos González.

Dentro de las potencialidades manifiestas en la muestra, para elevar el nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables se encuentran:

- Potencialidades afectivas que condicionan y propician en ellos una mayor flexibilidad ante las disímiles situaciones de aprendizaje.
- Propósito de elevar su nivel cultural, expresión de que en ellos no se ha detenido la aspiración de mejorar y perfeccionarse.
- Interés por aplicar los conocimientos que adquieren en la Facultad Obrera Campesina a las actividades productivas que desarrollan.

Se emplearon como instrumentos: una prueba pedagógica y una guía de observación directa.

Para la constatación de la variable dependiente se aplicaron las siguientes acciones:

- Determinación de dimensiones e indicadores.
- Modelación estadística de los indicadores mediante variables.
- Medición de los indicadores.
- Procesamiento estadístico de datos.
- Comparación sobre el objeto de evaluación.

Las dimensiones e indicadores aparecen en la introducción.

Para la modelación estadística de los indicadores se representó cada indicador mediante una variable.

Tabla 1: Representación de cada indicador mediante una variable.

Dimensión	Indicador	Variable estadística
D ₁	1	V ₁₁
	2	V ₁₂
	3	V ₁₃
	4	V ₁₄₄
D ₂	1	V ₂₁
	2	V ₂₂

Para la medición de los indicadores se utilizaron las siguientes escalas valorativas.

Tabla 2. Escala de medición de cada indicador de la dimensión cognitivo procedimental según las categorías.

Indicador	Mal	Regular	Bien
V ₁₁	-No determina los datos ni identifica las variables a utilizar.	-Determina los datos pero presenta dificultades para identificar las variables a utilizar.	-Determina los datos e identifica las variables a utilizar.
V ₁₂	-No encuentra las relaciones entre la información dada y lo que desconoce que le permiten escribir las ecuaciones.	-Dificultades al buscar las relaciones entre la información dada y lo que desconoce que le permiten escribir las ecuaciones.	-Busca las relaciones entre la información dada y la que desconoce que le permiten escribir las ecuaciones.

V ₁₃	<p>-Aplica incorrectamente el método escogido.</p> <p>-Aplica incorrectamente el significado de las operaciones.</p> <p>-No calcula con seguridad.</p>	<p>-Imprecisiones en la aplicación del método escogido.</p> <p>-Dificultades al aplicar el significado de las operaciones.</p> <p>-Imprecisiones en el cálculo.</p>	<p>-Aplica correctamente el método escogido.</p> <p>-Aplica correctamente el significado de las operaciones.</p> <p>-Calcula con seguridad.</p>
V ₁₄	<p>-No comprueba si las soluciones satisfacen las exigencias del problema.</p> <p>-No analiza otras posibles vías de solución.</p>	<p>-En ocasiones no comprueba si las soluciones satisfacen las exigencias del problema.</p> <p>-No analiza otras posibles vías de solución.</p>	<p>-Comprueba si las soluciones satisfacen las exigencias del problema.</p> <p>-Analiza otras posibles vías de solución.</p>

Tabla 3: Escala de medición de cada indicador de la dimensión motivacional según las categorías.

Indicador	Mal	Regular	Bien
V ₂₁	-No manifiesta estar dispuesto para resolver el problema.	-Ocasionalmente manifiesta disposición para resolver el	-Manifiesta estar siempre dispuesto para resolver el

		problema.	problema.
V_{22}	-No muestra satisfacción al solucionar el ejercicio.	-En ocasiones muestra satisfacción al solucionar el ejercicio.	-Muestra satisfacción al solucionar el ejercicio.

En el (anexo 3) aparecen los distintos instrumentos utilizados para la medición de los indicadores de cada dimensión.

Para el procesamiento estadístico de los datos se tuvieron en cuenta los resultados de la prueba pedagógica de entrada y la guía de observación a clases, los que aparecen en anexos, a través de tablas de frecuencias.

A la muestra de 12 alumnos se le aplicó la prueba pedagógica (anexo 1) con el objetivo de comprobar el estado inicial que presentan en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. La escala de valoración que se tuvo en cuenta para medir este instrumento aparece en la tabla 2 de este capítulo. Los resultados de la prueba fueron los siguientes y aparecen tabulados en (anexo 4).

Dimensión D1: Cognitivo-procedimental.

Indicador 1: Comprensión del texto del problema.

De los 12 alumnos, 8 no determinan los datos ni identifican las variables a utilizar, los que representan un 66,7%; 3 alumnos determinan los datos pero presentan dificultades para identificar las variables a utilizar, para un 25,0% y solo 1 alumno, que representa el 8,3%, determina los datos e identifica las variables a utilizar.

Indicador 2: Búsqueda del plan de solución.

En la constatación de este indicador, se pudo determinar que 7 alumnos, que representan el 58,3% del total de la muestra, no encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones; 2 tienen dificultades al buscar las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones, para un 16,7% y solo 3 alumnos que representan el 25,0% encuentran las relaciones

entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones.

Indicador 3: Ejecución del plan de solución.

Una medición de este indicador muestra que 8 alumnos, que representan el 66,7% del total, aplican incorrectamente el método escogido, así como el significado de las operaciones y no calculan con seguridad; 2 alumnos, que representan el 16,7%, tienen imprecisiones en la aplicación del método escogido y en el significado de las operaciones, además presentan imprecisiones en el cálculo y 3 integrantes de la muestra, que representan el 25,0%, aplican correctamente el método escogido y el significado de las operaciones, además calculan con seguridad.

Indicador 4: Comprobación del resultado obtenido.

En la evaluación de este indicador se constata que 9 alumnos no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y no analizan otras posibles vías de solución, para el 75,0%; 2 alumnos, que representan el 16,7%, en ocasiones no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema ni analizan otras posibles vías de solución. Solo 1 alumno comprueba si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y analiza otras posibles vías de solución, que representa el 8,3%.

Haciendo un promedio de los datos obtenidos con la aplicación de la prueba pedagógica puede decirse que:

- Ocho alumnos están en la categoría de mal, para un 66,7%.
- Dos del total de los alumnos están en la categoría de regular, para el 16,7%.
- Dos alumnos se ubican en la categoría de bien, para un 16,7%.

Teniendo en cuenta estos resultados, se manifiesta un bajo nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Las valoraciones realizadas anteriormente lo corroboran.

Se aplicó la guía de observación (anexo 2) en cinco clases de Matemática con el objetivo de comprobar el estado en que se encuentra el desarrollo de la

habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de la muestra seleccionada. Para dar la evaluación a cada uno de los indicadores de las diferentes dimensiones, se tuvo en cuenta las escalas valorativas que aparecen en las tablas 2 y 3 expuestas anteriormente.

Los resultados que arrojó la observación a clases aparecen tabulados en el anexo 5.

Dimensión D1: Cognitiva-procedimental.

Indicador 1: Comprensión del texto del problema.

De los 12 alumnos, 8 no determinan los datos ni identifican las variables a utilizar, los que representan un 66,7%; 3 alumnos determinan los datos pero presentan dificultades para identificar las variables a utilizar, para un 25,0% y solo 1 alumno, que representan el 8,3%, determina los datos e identifica las variables a utilizar.

Indicador 2: Búsqueda del plan de solución.

En la constatación de este indicador, se pudo determinar que 7 alumnos, que representan el 58,3% del total de la muestra, no encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones; 3 tienen dificultades al buscar las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones, para un 25,0% y solo 2 alumnos que representan el 16,7% encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones.

Indicador 3: Ejecución del plan de solución.

Una medición de este indicador muestra que 8 alumnos, que representan el 66,7% del total, aplican incorrectamente el método escogido, así como el significado de las operaciones y no calculan con seguridad; 2 alumnos, que representan el 16,7%, tienen imprecisiones en la aplicación del método escogido y en el significado de las operaciones, además presentan imprecisiones en el cálculo y 3 integrantes de la muestra, que representan el 25,0%, aplican correctamente el método escogido y el significado de las operaciones, además calculan con seguridad.

Indicador 4: Comprobación del resultado obtenido.

En la evaluación de este indicador se constata que 9 alumnos no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y no analizan otras posibles vías de solución, para el 75,0%; 2 alumnos, que representan el 16,7%, en ocasiones no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema ni analizan otras posibles vías de solución. Solo 1 alumno comprueba si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y analiza otras posibles vías de solución, que representa el 8,3%.

Dimensión D2: Motivacional.

Indicador 1: Disposición mostrada para resolver el problema.

En la valoración de este indicador se pudo observar que 3 alumnos, que representan el 25,0% no manifiestan estar dispuesto para resolver el problema; 5 alumnos, ocasionalmente manifiestan estar dispuesto para resolver el problema, para el 41,4% y 4 que representan 33,3% siempre manifiestan disposición para resolver el problema.

Indicador 2: Grado de satisfacción al resolver el problema.

Se pudo comprobar en la evaluación de este indicador que 3 alumnos no muestran satisfacción al solucionar el problema, para un 25,0%; 4 alumnos en ocasiones muestran satisfacción al obtener la solución correcta, lo que representa el 33,3% y los 5 alumnos restantes que representan el 41,7% siempre muestran satisfacción.

Haciendo un resumen de los resultados obtenidos a través de la observación en las clases de Matemática puede afirmarse que coinciden con los de la prueba pedagógica, donde el 83,3% de la muestra, se encuentran situados en las categorías de regular o mal, lo que significa que presentan carencias en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. La base de datos con los valores de los indicadores en la etapa inicial por alumnos de la muestra aparece en (Anexo 5).

Se puede plantear de forma general que la muestra presenta las siguientes regularidades:

- No realizan el análisis y la interpretación adecuada del texto del problema.
- No logran establecer las relaciones entre la información dada y la que desconocen que les permitan escribir las ecuaciones.
- Proceden de forma incorrecta en la aplicación del método seleccionado.
- Imprecisiones en el significado de las operaciones.
- No comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema.

Todo lo expuesto anteriormente dificulta la comprensión de los principios para la resolución de un problema dados por George Polya, los alumnos tratan de resolverlo sin el análisis debido, incurriendo constantemente en errores.

En función de elevar la calidad del aprendizaje y que los alumnos sientan la necesidad de aprender a resolver problemas, se proponen algunos ejercicios que los motiven y contribuyan a elevar el nivel de desarrollo de esta habilidad.

2.2 Fundamentación de los ejercicios propuestos para el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables en los alumnos de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González.

Para responder la tercera pregunta científica en esta investigación, se realizó la fundamentación de la propuesta de ejercicios.

La propuesta que se presenta, a consideración del autor de este trabajo, contribuye al desarrollo de habilidades en la solución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, pues tienen en cuenta los niveles de desempeño cognitivo, además se presentan en su mayor parte con formato variado.

Para estructurar los ejercicios propuestos se consultó el libro de Metodología de la Enseñanza de la Matemática del Dr. Sergio Ballester Pedroso y otros. 1992 p.129. En el mismo se plantea que los llamados ejercicios aparecen en el centro de la estructuración metodológica de la ejercitación. De acuerdo con el objetivo didáctico con que se les utiliza los ejercicios pueden ser clasificados en:

- Ejercicios para la introducción de nuevos conocimientos.

- Ejercicios para el desarrollo de habilidades y hábitos.
- Ejercicios para desarrollar el pensamiento de los alumnos.
- Ejercicios para el control.

En este trabajo se asumen la segunda y tercera clasificación, ya que el mayor número de los ejercicios que se proponen en este trabajo están destinados al desarrollo de las habilidades, hábitos y el pensamiento lógico en los alumnos como premisas indispensables para el desarrollo de las capacidades.

Los ejercicios se sustentan en el enfoque histórico-cultural de Vigotski, el profesor debe conocer la distancia o diferencia entre lo que el alumno es capaz de hacer por sí mismo y aquello que solo puede hacer con ayuda. Para lograr que la enseñanza sea efectiva el profesor debe tener en cuenta no sólo lo que el alumno conoce, domina y puede enfrentar por sí mismo, sino aquello que aún no es capaz de enfrentar solo, pero que con una pequeña ayuda del maestro o de otros alumnos puede resolver.

Los ejercicios le permiten al alumno en su búsqueda de conocimientos, determinar su aplicación en la vida práctica, desarrollando un pensamiento reflexivo que lo lleve a encontrar solución a las contradicciones que se le presenten entre la que conoce y lo desconocido.

Los presupuestos teórico-metodológicos que se determinaron para la elaboración de los ejercicios fueron: los objetivos, las exigencias, las habilidades y los procedimientos metodológicos.

Los ejercicios tienen como objetivo desarrollar habilidades en la resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables y preparar a los alumnos para la vida.

Están condicionados al nivel de desempeño de los alumnos, teniendo en cuenta:

- El carácter educativo en el tratamiento de los ejercicios.
- El carácter flexible, sistémico y sistemático del proceso de enseñanza aprendizaje.
- La existencia de dificultades en los conocimientos precedentes que

garantizan las condiciones previas para la resolución de los ejercicios,

- El análisis adecuado del texto del ejercicio y la vinculación de este con la realidad objetiva.
- La correcta selección de los ejercicios, teniendo como punto de partida el diagnóstico pedagógico integral.
- El carácter científico e ideológico del proceso de educación.
- El carácter colectivo e individual de la educación

Los ejercicios aprovechan situaciones conocidas por los alumnos, convirtiendo así los problemas que tienen que resolver en un reflejo de la realidad, los ponen en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política, la sociedad y propiciando también la recopilación e información de datos.

La propuesta elaborada se aplica en el desarrollo del programa de Matemática en segundo semestre de la Facultad Obrera Campesina en la unidad 2 "Sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas" y en clases posteriores como actividades de mantenimiento de los contenidos.

2.3. Propuesta de ejercicios.

1. Lee, analiza y marca la respuesta correcta:

a) La suma de dos números se representa:

xy $y+y$ $x+y$ no sé

b) La diferencia entre el triplo de un número y el quíntuplo de otro se indica:

$3/x-5/y$ $3x-5y$ $3x=-5y$ no sé

2. Halla dos números tales que la suma de la quinta parte del primero con la tercera parte del segundo sea 13, mientras que los $2/7$ del primero disminuidos en los $2/9$ del segundo sea igual a 6.

Lee, analiza y marca con una x o completa según corresponda.

a) En el problema tienes que hallar:

La quinta parte de un número.

Dos números.

___ El producto de dos números.

b) La quinta parte del primer número más la tercera parte del segundo se representa:

___ $5m+3/n$ ___ $m/5+n/3$ ___ $5m+3n$

c) Los $2/7$ del primer número disminuidos en los $2/9$ del segundo te indica:

___ $2/7m-2/9n$ ___ $2/7:m-2/9:n$ ___ $2/7m=-2/9n$

d) Plantea el sistema de ecuaciones que posibilitará la solución del problema.

d) Resuelve el sistema anterior. Deja escrito los cálculos realizados.

e) El par ordenado que se obtiene es:

$S=\{(\quad ; \quad)\}$

f) Escoge una de las siguientes ideas y formula un problema. Utiliza datos parecidos a los del problema anterior.

- La relación de edades entre dos personas.
- Frutas de dos tipos en dos recipientes.
- El tamaño de dos árboles, etcétera.

3. La edad de un hijo más la tercera parte de la edad del padre suman 22 años. Dentro de 6 años la edad del padre excederá al duplo de la del hijo en 10 años. ¿Cuáles son sus edades actuales?

Lee, analiza y marca con una x o completa según corresponda.

a) En el problema te piden hallar (identifica las incógnitas con variables diferentes):

___ La edad del hijo.

___ La edad del padre dentro de 6 años.

___ La suma de las dos edades más 10 años.

___ La edad del padre.

b) El duplo de la edad del hijo se representa:

___ $x/2$ ___ $2x$ ___ $x+2$

c) La tercera parte de la edad del padre se indica:

$3x$ $3y+x$ $y/3$

d) Identifica en las siguientes expresiones lo que sucede dentro de seis años:

$y+6-2(x+6)=10$

$2/x+6=y+6$

$2x+10=y$

e) El sistema de ecuaciones que posibilitará la solución del problema es:

f) Revuélvelo y comprueba en el texto del problema.

g) El método analítico aplicado fue: _____.

4. Tres veces la edad de Alicia menos cuatro veces la edad de Esther es 3 años. Hace 4 años el duplo de la edad de Esther excedía en un año a la edad de Alicia. ¿Cuáles son sus edades actuales?

Después de leer y analizar, marca con una x la respuesta correcta o completa según corresponda:

a) En el problema te piden hallar (identifica las incógnitas con variables diferentes):

La edad de Alicia actual.

La edad de Esther hace 4 años.

El cociente de las dos edades.

La edad de Esther actual.

b) Tres veces la edad de Alicia indica:

$x/3$ $3x$ $1/3x$

c) Cuatro veces la edad de Esther se representa:

$4+y$ $4/y$ $4y$

d) La primera relación entre las edades de Alicia y Esther se representa como:

e) La segunda relación de las edades de las mismas se indica:

___ $(y-4)-(x-4)=2$

___ $2(y-4)-(x-4)=1$

___ $2(y+4)=(x+4)+1$

f) Expresa las ecuaciones de la forma $ax+by=c$.

g) Plantea el sistema de ecuaciones y revuélvelo.

h) Se obtiene el par ordenado:

$S = \{(\quad ; \quad)\}$

h) El método aplicado es: _____.

i) ¿Cuáles son las edades de Alicia y Esther?

j) Utilizando datos diferentes imagina una situación similar. Escríbela y revuélvela.

5. Si la cuarta parte del mayor de dos números se suma a la tercera parte el menor se obtiene 14. Si el duplo del mayor se divide entre el menor, se obtiene como cociente 6 y resto 8. Halla los números.

Después de leer y analizar el texto del problema, marca con una x la respuesta más acertada a tu juicio.

Si los números son: x el menor; y el mayor.

a) La cuarta parte del mayor se expresa:

___ $4x$ ___ $y/4$ ___ $4y$

b) La tercera parte del menor:

___ $3/x$ ___ $3y$ ___ $x/3$

c) La relación de ambos números que da lugar a la ecuación I se representa como:

___ $3/x+4/y=14$

___ $4y+3x=6+8$

___ $x/3+y/4=14$

d) El duplo del mayor dividido entre el menor se expresa:

$2x/y$ $y/2:x$ $2y/x$

e) La relación de ambos números que da lugar a la ecuación II se representa como:

$2x/y=14$ $6x+8=2y$ $2y/x=6+8$

f) El par ordenado que da respuesta a la interrogante inicial es:

(40; 12) (12; 40) (12, 40)

g) Utilizando los datos del problema anterior crea el tuyo propio relacionado con la edad de tu papá y la tuya.

6. En un centro de cría hay conejos y patos. Esos animales tienen un total de 40 cabezas y 104 patas. ¿Cuántos animales de cada clase hay?

Después de leer y analizar el texto del problema, marca con una x la respuesta correcta o completa según corresponda.

a) Si la cantidad de conejos se representan con la variable p y la cantidad de patos con la variable q, la primera relación entre estos es:

$pq=40$ $p+q=40$ $p/q=40$

b) La relación de estos animales y el total de patas te sugiere la ecuación:

_____.

c) Resuelve el sistema.

d) El conjunto solución es: _____.

e) En el centro de cría hay ___ conejos y ___ patos.

f) Elabora, apoyándote del texto del problema, una situación similar pero con otros animales.

7. En una granja $2/3$ del número de gallinas blancas es igual a $5/7$ del número de gallinas pintadas; $2/5$ del número de gallinas blancas, más 10 gallinas, es igual a la mitad del número de gallinas pintadas. ¿Cuántas gallinas hay de cada clase?

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

a) La primera relación entre el número de gallinas blancas y pintadas se establece:

$2/3x > 5/7y$ $x:2/3 = y:5/7$ $2/3x = 5/7y$

b) La segunda relación entre las gallinas blancas y pintadas indica:

$2/5x + 2y = 10$ $2/5x + 10 = y/2$ $2/5x + 10 = 5/7y$

c) El sistema de ecuaciones que da solución al problema es:

$(2/5)x = y/2$ $2x:3 = 5y$ $X:(2/3) = y:(5/7)$
 $(2/3)x = (5/7)$ $(2/5)x + 2y = 10$ $(2/5)x + 10 = (5/7)y$

d) Eliminando denominadores en I y II se obtiene el sistema de ecuaciones lineales:

$14x = -15y$ $14x + 5y = 0$ $14X - 15y = 0$
 $4x + 5y = 100$ $4x + 100 = -5y$ $4x + 100 = 5y$

e) Resuelve el sistema obtenido.

f) En la granja hay gallinas blancas y gallinas pintadas.

g) Formula un problema teniendo en cuenta una situación similar pero con mamíferos.

8. En un cine los mayores pagan 60¢ y los niños 40¢. Si entran 250 personas y se recaudan \$128 ¿Cuántos mayores y cuántos niños entraron al cine?

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según corresponda.

a) Si el total de mayores los representas con la variable x y el total de niños con y, la relación de estos con el total se representa:

$xy = 250$ $x + y = 250$ $x + y = 128$

b) La relación de lo recaudado entre niños y mayores con respecto al total se expresa:

$0,60x + 0,40y = 250$ $0,60x - 0,40y = 128$ $0,60x + 0,40y = 128$

c) Teniendo en cuenta lo marcado anteriormente, escribe el sistema de ecuaciones y busca, aplicando tus conocimientos, el conjunto solución dejando por escrito los cálculos realizados.

d) Al cine entraron ____ mayores y ____ niños.

9. Un tren de carga con 38 vagones transporta 730t de caña de azúcar. Algunos vagones cargan 15t, los demás 20t. ¿Cuántos vagones de cada tipo hay?

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

a) Si la cantidad de vagones de 15t se representan con la variable p y la cantidad de los de 20t con q, la relación entre ambos y el total te indica la ecuación:

___ $p/q=38$ ___ $p+q=730$ ___ $p+q=38$

b) La relación entre las toneladas de bloques que se transportan y el total se expresa:

___ $15p+20q=730$ ___ $15p-20q=38$ ___ $15p+20q=38$

c) Escribe el sistema de ecuaciones que te sugieren ambas relaciones.

d) Resuelve el sistema anterior dejando por escrito los cálculos realizados y expresando el método utilizado.

e) La locomotora hacía fuerza de tracción a ____ vagones de 15t y ____ de 20t.

10. En un recipiente hay 10 kg de mezcla de alcohol y agua. Se añade cierta cantidad de agua de manera que la cantidad de alcohol representa el 30% del total. Se añade otra cantidad igual de agua y entonces el alcohol representa el 20% del total. ¿Cuánta agua se añadió en total y qué cantidad de alcohol hay?

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

a) Lo que se desea hallar es: (utiliza variables diferentes para identificar las incógnitas).

___ Cantidad en kg de mezcla que quedó en el recipiente.

___ Cantidad de alcohol que hay en el recipiente.

___ Cantidad en kg de mezcla que había inicialmente en el recipiente.

___ Cantidad de agua que se añadió.

b) Teniendo en cuenta lo que se desea hallar. ¿Qué relación guardan estas incógnitas con el total en la segunda y tercera oraciones del texto del problema?

c) Al traducir estas relaciones al lenguaje algebraico te quedó:

Para la segunda oración.

___ $X=30/100(y+10)$ ___ $y=30/100(x+10)$ ___ $3/10+(x+y)=10$

Para la tercera oración.

___ $y=20/100(2x+10)$ ___ $x=20/100(y+10)$ ___ $2/10+(2x+y)=10$

d) Forma el sistema teniendo en cuenta lo antes marcado.

e) Resolver el sistema aplicando el método de sustitución.

f) A la mezcla se le añadió ___ de agua y hay ___ de alcohol.

g) ¿Qué operación utilizarías para separar los componentes de la mezcla? Elabora el esquema.

h) Crea una situación semejante pero con otras sustancias. Resuélvela.

11. Un bote de motor navega río arriba a una velocidad de 21 km/h y río abajo a una velocidad de 27 km/h. Halla la velocidad de la corriente del río y la velocidad del bote en agua tranquila.

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

a) Lo que se desea hallar es: (utiliza variables diferentes para identificar las incógnitas).

___ La velocidad del bote río abajo.

___ La velocidad de la corriente del río.

___ La velocidad del bote río arriba.

___ La velocidad del bote en agua tranquila.

- b) Cuando el bote navega río abajo lo hace a una velocidad de _____.
- c) Cuando este navega río arriba lo hace a una velocidad de _____.
- d) Realiza una comparación de estas velocidades y explica su diferencia.
- e) Teniendo en cuenta tu explicación y al traducir al lenguaje algebraico la primera oración gramatical del texto del problema, te queda la ecuación:

$$\underline{\quad} x+21=y \quad \underline{\quad} x-y=21 \quad \underline{\quad} y-21=x$$

- f) Para la segunda oración gramatical del texto del problema, te queda la ecuación:

$$\underline{\quad} x+27=y \quad \underline{\quad} y+27=x \quad \underline{\quad} x+y=27$$

- g) Según lo marcado anteriormente escribe el sistema de ecuaciones que dará solución al problema.
- h) Resuelve el mismo aplicando el método estudiado más cómodo para ti. Comprueba en el texto.
- i) La velocidad del bote en agua tranquila es _____ y la de la corriente del río es_____.
- j) Si el río fuese el Cauto y el bote de motor tuviera que recorrerlo de ida y vuelta a lo largo de todo este ¿Qué tiempo tardaría?
- k) Si el bote de motor consume 1,5 litros de petróleo por km. ¿Qué cantidad consumirá en todo el viaje?
- l) Elabora un problema parecido, donde relaciones la velocidad de un avión y la del viento. Resuélvelo apoyándote en esta experiencia.

13. Un bote navega 26 km río abajo en 2.0 horas y 6.0 km río arriba en 1 hora y 30 minutos. Halla la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad de la corriente del río.

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

- a) Lo que se desea hallar es: (utiliza variables diferentes para identificar las incógnitas).

____ Velocidad del bote río abajo.

___ Tiempo que tarda en recorrer la distancia.

___ Distancia que debe recorrer.

___ Velocidad del bote río arriba.

___ Velocidad de la corriente del río.

b) Utilizando la fórmula para hallar velocidad estudiada en las clases de Física, determina las velocidades del bote río arriba y río abajo. Compáralas y trata de explicar su diferencia.

c) Teniendo en cuenta las respuestas dadas anteriormente; traduce al lenguaje algebraico la primera y la segunda oración gramatical del texto del problema.

d) Al concluir el inciso anterior estás en condiciones de plantear el sistema de ecuaciones. Plantéalo y resuélvelo aplicando el método de reducción; deja por escrito los cálculos realizados.

e) La velocidad del bote en agua tranquila es _____ y la velocidad de la corriente del río es _____.

f) ¿Conoces otra vía de solución? Explica.

g) ¿Qué tiempo demorarías para recorrer el Toa a esa misma velocidad río arriba?

14. El perímetro de un rectángulo es 18m y 4 veces el largo es igual a 5 veces el ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Después de leer y analizar marca con una x la respuesta correcta o completa según convenga.

a) La incógnita del problema es:

___ Hallar el perímetro del rectángulo.

___ Hallar el área del rectángulo.

___ Hallar las longitudes de los lados.

___ no sé.

b) Marca con una x las que son propiedades de los rectángulos.

___ Todos sus lados son iguales.

___ Todos sus ángulos son iguales.

___ Sus diagonales lo dividen en triángulos iguales.

___ Sus lados opuestos son iguales.

c) Esboza una figura de análisis y denota con las variables x e y los elementos a hallar.

d) Traduciendo al lenguaje algebraico la primera oración gramatical del texto te quedaría:

___ $x+y=18$ ___ $2x+2y=18$ ___ $4x+y=18$ ___ $x=18+2y$

e) Traduciendo al lenguaje algebraico la segunda oración gramatical del texto te quedaría:

___ $x/4=y/5$ ___ $4x+5y=18$ ___ $4x=5y$ ___ $9x=y$

f) Teniendo en cuenta lo antes marcado, escribe como quedaría el sistema de ecuaciones aplicando la forma $ax+by=c$. Resuélvelo dejando por escrito los cálculos realizados.

g) Las dimensiones de una casa están en la misma razón que las del rectángulo. Si la casa tiene un perímetro de 54m. Halla el área de esta.

h) Elabora una situación parecida con las dimensiones de tu casa.

15. Un aeroplano hace un viaje de 300 millas en 1 hora y 40 minutos si vuela a favor del viento, pero si vuela en contra del mismo viento entonces demora 2,0 horas. Halla la velocidad del aeroplano en aire tranquilo y la velocidad del viento.

16. Debido a las afectaciones provocadas por huracanes se decidió, por parte de la dirección del país, asignar materiales de construcción en las zonas más afectadas como parte del programa para la recuperación. En un Consejo Popular de la provincia La Habana se asignaron 3t más de cemento que de arena. Al transcurrir una semana, se determinó que aún faltaban por descargar el 20% de la cantidad de toneladas de cemento y el 70% de la cantidad de toneladas de arena lo cual equivale a que se tendrán que entregar 6,9t más de arena que de cemento. ¿Cuántas toneladas de cada material se entregaron?

17. Tres trabajadores sociales María, Luis y José visitaron cierto número de viviendas durante dos jornadas de trabajo con la finalidad de actualizar el cobro de los efectos electrodomésticos entregados como parte de los proyectos de la Revolución. Del trabajo realizado en la primera jornada se sabe que fueron visitadas por los tres un total de 100 viviendas, y que María visitó 5 casas menos que las que visitó Luis, sin embargo en la segunda jornada con respecto a la primera, la cantidad de viviendas visitadas por Luis disminuyó en un 10%, mientras que José aumentó en 5 la cantidad de viviendas visitadas. Si en esta última jornada se visitaron por ellos dos el 77% del total de viviendas las visitadas durante la primera jornada. ¿Cuántas viviendas visitó Luis y cuántas José en esta última jornada?

18. En días pasados se realizó una convocatoria para participar en un trabajo voluntario en la agricultura. Tanto el sábado como el domingo, el 60% del total de los participantes eran hombres. Se sabe que el sábado participaron 25 hombres más que mujeres. Si el domingo participaron 10 mujeres menos que el sábado, ¿cuántas personas más participaron el sábado que el domingo?

19. En un municipio se han captado 200 alumnos de noveno grado para continuar estudios en la Escuela Formadora de Maestros Primarios (EFMP) y los Institutos Preuniversitarios Vocacionales de Ciencias Pedagógicas (IPVCP). Si de los alumnos que optan por el IPVCP se reorientan 15 para las EFMP, ambas especialidades tendrían la misma cantidad de alumnos captados.

- a) ¿Cuántos alumnos se han captado para cada tipo de centro?
- b) ¿Qué tanto por ciento del total de alumnos captados, representan los que optan por la EFMP?

20. La distancia entre Ciudad de la Habana y Santa Clara es de 288 km. Un camión sale de Ciudad de la Habana hacia Santa Clara con una velocidad de 40 km/h, al mismo tiempo otro camión sale de Santa Clara hacia Ciudad de la Habana con una velocidad de 60 km/h. ¿A qué distancia de Ciudad de la Habana se encontrarán y cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

2.4 Validación de la efectividad en la práctica pedagógica de los ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que

conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables en segundo semestre de FOC.

Para comprobar la efectividad de los ejercicios, se analizó el comportamiento de la variable dependiente en la etapa final de la investigación, tomando como punto de partida los resultados del diagnóstico inicial expuesto en el epígrafe 2.1.

Durante el diagnóstico final, se aplicaron como instrumentos una prueba pedagógica de salida y una guía de observación en las clases de Matemática; de esta forma se presenta un análisis de los resultados obtenidos de cada uno de ellos.

Se aplica la prueba pedagógica de salida (anexo 7) con el objetivo de comprobar el estado final que presenta la muestra en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables, después de introducir la variable independiente. La escala que se tuvo en cuenta para hacer la valoración aparece en la tabla 2 de este capítulo.

Los resultados obtenidos con la aplicación de este instrumento aparecen en el (anexo 8) y se expresan a continuación:

Dimensión D1: Cognitiva-procedimental.

Indicador 1: Comprensión del texto del problema.

De los 12 alumnos, solo 3 no determinan los datos ni identifican las variables a utilizar, los que representan un 25,0%; 2 alumnos determinan los datos pero presentan dificultades para identificar las variables a utilizar, para un 16,7% y 7 alumnos, que representan el 58,3%, determinan los datos e identifica las variables a utilizar.

Indicador 2: Búsqueda del plan de solución.

En la constatación de este indicador, se pudo determinar que 2 alumnos, que representan el 16,7% del total de la muestra, no encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones; 1 tiene dificultades al buscar las relaciones entre la información dada y la que desconoce que le permita escribir las ecuaciones, para un 8,3% y

9 alumnos que representan el 75,0% encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones.

Indicador 3: Ejecución del plan de solución.

Una medición de este indicador muestra que 3 alumnos, que representan el 25,0% del total, aplican incorrectamente el método escogido, así como el significado de las operaciones y no calculan con seguridad; 2 alumnos, que representan el 16,7%, tienen imprecisiones en la aplicación del método escogido y en el significado de las operaciones, además presentan imprecisiones en el cálculo y 7 integrantes de la muestra, que representan el 58,3%, aplican correctamente el método escogido y el significado de las operaciones, además calculan con seguridad.

Indicador 4: Comprobación del resultado obtenido.

En la evaluación de este indicador se constata que solo 2 alumnos no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y no analizan otras posibles vías de solución, para el 16,7%; 3 alumnos, que representan el 25,0%, en ocasiones no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema ni analizan otras posibles vías de solución y 7 alumnos comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y analizan otras posibles vías de solución, que representan el 58,3%.

Resumiendo los datos obtenidos con la aplicación de la prueba pedagógica de salida, puede afirmarse que el 58,3% de la muestra se encuentran en la categoría de bien, el 25,0% en la categoría de regular y solo el 16,7 permanecen en la categoría de mal, manifestándose un avance en el nivel de desarrollo de la habilidad resolución de problemas, que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Para corroborar la validez de los ejercicios se realizó además la observación a cuatro clases de Matemática (anexo 2) con el objetivo de constatar el nivel en que está la muestra luego de introducida la variable independiente. Para otorgar la evaluación a cada uno de los indicadores de las diferentes dimensiones se tuvo en cuenta las escalas que aparecen en las tablas 2 y 3 de este capítulo.

Los resultados de la observación a clases aparecen tabulados en (anexo 9) y se expresan a continuación.

Dimensión D1: Cognitiva-procedimental.

Indicador 1: Comprensión del texto del problema.

De los 12 alumnos, 3 no determinan los datos ni identifican las variables a utilizar, los que representan un 25,0%; 2 alumnos determinan los datos pero presentan dificultades para identificar las variables a utilizar, para un 16,7% y 7 alumnos, que representan el 58,3%, determinan los datos e identifican las variables a utilizar.

Indicador 2: Búsqueda del plan de solución.

En la constatación de este indicador, se pudo determinar que solo 2 alumnos, que representan el 16,7% del total de la muestra, no encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones; 2 tienen dificultades al buscar las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones, para un 16,7% y 8 alumnos que representan el 66,7% encuentran las relaciones entre la información dada y la que desconocen que le permiten escribir las ecuaciones.

Indicador 3: Ejecución del plan de solución.

Una medición de este indicador muestra que 2 alumnos, que representan el 16,7% del total, aplican incorrectamente el método escogido, así como el significado de las operaciones y no calculan con seguridad; 3 alumnos, que representan el 25,0%, tienen imprecisiones en la aplicación del método escogido y en el significado de las operaciones, además presentan imprecisiones en el cálculo y 7 integrantes de la muestra, que representan el 58,3%, aplican correctamente el método escogido y el significado de las operaciones, además calculan con seguridad.

Indicador 4: Comprobación del resultado obtenido.

En la evaluación de este indicador se constata que 3 alumnos no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y no analizan otras posibles vías de solución, para el 25,0%; 2 alumnos, que representan el 16,7%, en ocasiones no comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del

problema ni analizan otras posibles vías de solución y 7 alumnos comprueban si las soluciones satisfacen las exigencias del problema y analizan otras posibles vías de solución, que representa el 58,3%.

Dimensión D2: Motivacional.

Indicador 1: Disposición mostrada para resolver el problema.

En la valoración de este indicador se pudo observar que solo 1 alumno, que representa el 8,3% no manifiesta estar dispuesto para resolver el problema; 1 alumno, ocasionalmente manifiesta estar dispuesto para resolver el problema, para el 8,3% y 10 que representan 83,3% siempre manifiestan disposición para resolver el problema.

Indicador 2: Grado de satisfacción al resolver el problema.

Se pudo comprobar en la evaluación de este indicador que 1 alumno no muestra satisfacción al solucionar el problema, para un 8,3%; 2 alumnos en ocasiones muestran satisfacción al obtener la solución correcta, lo que representa el 16,7% y los 9 alumnos restantes que representan el 75,0% siempre muestran satisfacción.

Teniendo en cuenta los resultados mostrados en la base de datos con los valores de los indicadores en la etapa final por alumnos de la muestra (anexo 10) se puede concluir que los ejercicios propuestos contribuyeron al desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, en el grupo de segundo semestre de la FOC Raúl Santos González, se evidencia en ellos un mejor razonamiento lógico al ascender por los niveles de asimilación, demostrando habilidades a la hora de:

- Determinar los datos e identificar las variables a utilizar.
- Buscar las relaciones entre la información dada y la que desconoce que permiten escribir las ecuaciones.
- Aplicar correctamente el método escogido y el significado de las operaciones.
- Calcular con las operaciones básicas.
- Hacer una visión retrospectiva del proceso.

Además muestran mayor disposición para realizar los ejercicios y satisfacción al solucionar el problema.

Los resultados comparativos del pre-test y post-test aparecen mostrados a través de tablas de frecuencia y gráficos en (anexos 11 y 12).

CONCLUSIONES

La puesta en práctica de la investigación en toda su magnitud permitió arribar a las siguientes conclusiones:

La búsqueda bibliográfica realizada permitió comprobar la existencia de bibliografía, variada suficiente y actualizada para profundizar en los diferentes aspectos que sobre la resolución de problemas abordan diferentes autores, además se pudo reconocer que la resolución de problemas como habilidad matemática es un proceso en que el alumno haga suyo los modos de acción y se inicie en la sistematización continua de conocimientos y habilidades, incluyendo dentro de estas últimas los procedimientos heurísticos que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

A partir de la combinación de los instrumentos aplicados, se constató que los jóvenes y adultos que conforman la muestra, han acumulado una experiencia cognitivo-afectiva, que constituye una potencialidad que el profesor debe tener presente, sin embargo los conocimientos precedentes que garantizan las condiciones previas para la resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones con dos variables son insuficientes para el desarrollo de esta habilidad.

La propuesta se caracteriza por el empleo de ejercicios con textos que permiten motivar a los alumnos y situarlos en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política y la sociedad, más cercana a su entorno. Los ejercicios permiten la sistematización para lograr la asimilación consciente de la secuencia de acciones dirigidas a resolver problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, mediante la realización de problemas cada vez más complejos.

La aplicación de la propuesta, en la práctica pedagógica, mostró el paso de los alumnos del segundo semestre de la FOC "Raúl Santos González" de Fomento, hacia niveles superiores en el desarrollo de la habilidad resolver problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, permitiendo una transformación del problema que se evidenció en que el mayor por ciento de los integrantes de la muestra se encuentran en las categorías de bien y regular, en los indicadores evaluados. La validación reflejó un cambio cualitativo y cuantitativo positivo al comparar el estado inicial y final de la variable dependiente.

RECOMENDACIONES

Continuar profundizando, por la vía de la investigación, en el tema sobre el desarrollo de habilidades en la solución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, teniendo en cuenta los niveles de desempeño cognitivo y así propiciar un aprendizaje más efectivo.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine Fernández, F. et al. (1998). *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza aprendizaje*. La Habana: ISP Latinoamericano y Caribeño.
- Aguilera Ruiz, A. (2005) "Principios básicos de la educación cubana". En *Maestría en Ciencias de la Educación. Modulo 1. Segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Aguirre Wences, A. (1995). *Corrientes Pedagógicas Contemporáneas. Antología Complementaria*. Universidad Pedagógica Nacional. México: DF.
- Albarrán Pedroso, J. et al. (2005). *Didáctica de la Matemática en la escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- Alonso, I. (2001). *La resolución de problemas. Una alternativa didáctica centrada en la representación*. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico, Santiago de Cuba.
- Álvarez de Zayas, C. (1995a). *Metodología de la investigación científica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1995b). *Fundamentos de didáctica de la Educación*. Santiago de Cuba: Universidad de Oriente.
- _____ (1996). *Hacia una escuela de excelencia*. La Habana: Editorial Academia.
- _____ (1999). *La escuela en la vida: didáctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Pérez, M. (2004). *Interdisciplinariedad: una aproximación desde la Álvarez enseñanza – aprendizaje de las ciencias*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Baldor, A. (1950). *Aritmética Teórico – Práctica*. La Habana: Cultural S.A.
- Ballester Pedroso, S. et al. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática (t 1 y 2)*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2002). *El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bermúdez Morris, R. y Pérez Martín, L. M. (2004). *Aprendizaje formativo y crecimiento personal*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bernavev Floris, M. y Quintana Valdés, A. (2004). "Dirección del proceso de aprendizaje de las asignaturas priorizadas". En *V Seminario Nacional para el Educadores* (pp. 4 - 6). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1992). *Enseñanza de la Matemática: reflexiones polémicas*. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- _____ (2002a). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- _____ (2002b). *Didáctica y resolución de problemas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (1989a). *Matemática. Duodécimo grado. II parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (1989b). *Matemática. Noveno grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (1989c). *Matemática. Octavo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (2001). *Matemática. Décimo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Castellanos Simons, D. et al. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Cerezal Mezquita, J. et al. (2006a). “El Diseño Metodológico de la Investigación”. En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II. Primera parte*. (pp.15). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2006b). “Los métodos de la investigación educativa”. En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II. Primera parte*. (pp.15 - 19) La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Danilov, M. A y Skatkin, M. N. (1981). *Didáctica de la escuela media*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Díaz González, M. (2004a). *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria I*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Domínguez, M. y Martínez, F. (2004). “La escuela socio-histórico-cultural de L. S. Vigotski”. En *Principales modelos pedagógicos de la educación preescolar* (pp. 24 – 28). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Expósito Ricardo, C. et al. (2001). *Algunos elementos de metodología de la investigación*. ISP Enrique José Varona, La Habana. (Soporte digital)

- Fariás Badilla, C. (2005). *Proyecto de reformulación de problemas*. Disponible en <http://www.rmm.ci>
- Frabetti, C. (2005). *Las matemáticas no sirven para nada*. La Habana: Editorial Gente Nueva.
- García Batista, G. (2002). *Compendio de pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- González Maura, V. et al. (2001). *Psicología para educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- González Rey, F. (1995). *Comunicación, personalidad y desarrollo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- ICCP. (1984). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- IPLAC. (2005). *Maestría en Ciencia de la Educación. Fundamentos de la investigación educativa. Módulo I*. La Habana: EMPROVAME
- _____ (2006). *Maestría en Ciencia de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II*. La Habana: EMPROVAME.
- Jungk W. (1979). *Conferencia sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 1*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1981). *Conferencia sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 2*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Kibnikof, K. (1974). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Klingberg, L. (1984). *Introducción a la Didáctica General*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere Reyes, G. y Valdivia Pairol, G. (2002). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere Sarduy, A. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas Matemáticos en la Escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1995). "La generalización de procedimientos de solución de problemas y la autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos".

- En *El adolescente cubano: una aproximación al estudio de su personalidad* (pp. 59-84). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Leontiev, A. N. (1979). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Llivina Lavigne, Miguel. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico, La Habana.
- Martí Pérez, J. (1975). *Obras completas (t. 18)*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- _____ (1976). *Escritos sobre educación*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- Matjmútov, M. I. (1983). *La Enseñanza Problémica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Mederos, O. y González, B. E. (2005). *La modelación en la Educación Matemática*. México: Editorial Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas.
- Ministerio de Educación, Cuba. (1980). *Matemática. 9no grado. Orientaciones Metodológicas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1985). *IX Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores y personal de los órganos administrativos de direcciones provinciales y municipales de Educación y de los Institutos Superiores Pedagógicos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2002). *Programas y precisiones en la ETP en la asignatura de Matemática. Curso escolar 2002-2003*. (Soporte digital).
- _____ (2002). *II Seminario Nacional para educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Montes de Oca Méndez, E. (1994). *Matemática. Décimo grado. Orientaciones Metodológicas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Nocedo de León, I. et al. (2001). *Metodología de la investigación educacional. Segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- Palacio, J. (2001). *Contextualización de Problemas Matemáticos*. Conferencia. Evento Internacional Pedagogía 2001, La Habana.
- Partido Comunista de Cuba. (1988). *Tesis y Resoluciones del 1er Congreso del Partido Comunista de Cuba*. La Habana: Editorial Ciencias Sociales.
- Pérez Rodríguez, G. et al. (2002) *Metodología de la investigación educativa. Primera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Polya, G. (1989). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México: Editorial Trillas.
- Pupo, R. (1990). "La actividad como relación sujeto – objeto". En *Selección de lecturas sobre Filosofía Marxista - Leninista para los Institutos Superiores Pedagógicos* (pp. 74-96). La Habana: MINED.
- Quintana Valdés, A. et al. (2005a). *Matemática. Décimo grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2005b). *Matemática. Octavo grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2005c). *Matemática. Noveno grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rico Montero, P. (1996). *Reflexión y aprendizaje en el aula*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2003). *La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ y Silvestre Oramas, M. (1997). *El proceso de enseñanza – aprendizaje*. La Habana: ICCP.
- _____ (2002) "Proceso de enseñanza – aprendizaje": En *Compendio de pedagogía* (pp. 68 - 79). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rojas Zoraida. (1986). *Las preguntas para la comprobación de los resultados del aprendizaje*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.
- Rubinstein, S. L. (1985). *El problema de las capacidades y las cuestiones relativas a la teoría psicológica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Segura Suárez, M. E. (2005). *Teorías psicológicas y su influencia en la educación*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Silvestre Oramas M. (2000). *Hacia un Aprendizaje Desarrollador*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ y Zilberstein Toruncha, J. (2000). *Enseñanza y aprendizaje desarrollador*. México: Ediciones Ceide.

_____ (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Stewart, James. (2006). *Cálculo con Trascendentes Tempranas*, parte 1. La Habana: Editorial Félix Varela.

Vigotski, L. S. (1967). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico Técnica.

_____ (1987). "Interacción entre enseñanza y desarrollo", En *Selección de lecturas de psicología infantil y del adolescente*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (1981). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Edición Revolucionaria.

Zilberstein Toruncha, J. y Valdés Veloz, H. (2001). *Aprendizaje escolar, diagnóstico y calidad educativa. Calidad de la educación, aprendizaje y diagnóstico integral*. México: Ediciones Ceide.

ANEXO 1

Prueba pedagógica aplicada a los alumnos de la muestra durante el diagnóstico inicial.

Objetivo: Comprobar el estado inicial que presentan los alumnos en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Cuestionario:

La suma de la quinta parte de un número y la mitad de otro es 11. La diferencia entre el triplo del primero y el duplo del segundo es 51. ¿Cuáles son los números?

Elementos del conocimiento a evaluar:

1. Determinación de los datos e identificación de las variables.
2. Escribir las ecuaciones.
3. Aplicar el método seleccionado.
4. Aplicar el significado de las operaciones básicas de cálculo.
5. Calcular con seguridad.
6. Visión retrospectiva del proceso.
7. Búsqueda de otras vías de solución.

ANEXO 2

Guía de observación aplicada en las clases de Matemática.

Objetivo: Comprobar el estado que presentan los alumnos en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Categorías evaluativas

Indicadores a evaluar

Bien Regular Mal

1. Determinación de los datos e identificación de las variables.
2. Escribir las ecuaciones.
3. Aplicar el método seleccionado.
4. Aplicar el significado de las operaciones básicas de cálculo.
5. Calcular con seguridad.
6. Visión retrospectiva del proceso
7. Búsqueda de otras vías de solución.
8. Disposición para resolver el problema.
9. Grado de satisfacción al resolver el problema.

ANEXO 3

Tabla 4. Instrumentos utilizados en la medición de los indicadores.

Ítems utilizados en la medición de los indicadores por instrumentos.			
Dimensión	Indicador	Ítems	
		Prueba pedagógica	Observación
D ₁	V ₁₁	1	1
	V ₁₂	2	2
	V ₁₃	3, 4, 5	3, 4, 5
	V ₁₄	6, 7	6, 7
D ₂	V ₂₁		8
	V ₂₂		9

ANEXO 4

Tabla 5. Resultados de la prueba pedagógica (antes de aplicar la propuesta).

Dimensión cognitivo-procedimental

Indicadores	V ₁₁		V ₁₂		V ₁₃		V ₁₄	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
Bien	1	8,3	3	25,0	2	16,7	1	8,3
Regular	3	25,0	2	16,7	2	16,7	2	16,7
Mal	8	66,7	7	58,3	8	66,7	9	75,0

ANEXO 5

Tabla 6. Resultados de la observación (antes de aplicar la propuesta)

Dimensión cognitivo-procedimental

Indicadores	V ₁₁		V ₁₂		V ₁₃		V ₁₄	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
Bien	1	8,3	2	16,7	2	16,7	1	8,3
Regular	3	25,0	3	25,0	2	16,7	2	16,7
Mal	8	66,7	7	58,3	8	66,7	9	75,0

Dimensión motivacional

Indicadores	V ₂₁		V ₂₂	
	FA	%	FA	%
Bien	4	33,3	5	41,7
Regular	5	41,7	4	33,3
Mal	3	25,0	3	25,0

ANEXO 6

Tabla 7. Base de datos con los valores de los indicadores en la etapa inicial por alumno de la muestra.

Nro	Dimensión 1					Dimensión 2		
	V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄	Eval Gral	V ₂₁	V ₂₂	Eval Gral
1	M	R	M	M	M	R	R	R
2	R	R	R	M	R	R	R	R
3	M	M	M	R	M	M	M	M
4	B	B	B	R	B	R	R	R
5	M	M	M	M	M	B	B	B
6	M	M	M	M	M	R	M	M
7	R	B	B	B	B	B	B	B
8	M	M	M	M	M	M	R	M
9	M	M	M	M	M	R	B	R
10	M	M	M	M	M	B	B	B
11	R	R	R	M	R	M	M	M
12	M	M	M	M	M	B	B	B

ANEXO 7

Prueba pedagógica de salida aplicada a los alumnos de la muestra.

Objetivo: Comprobar el estado que presentan los alumnos en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas que conducen a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, después de aplicada la propuesta.

Cuestionario:

En una primera etapa de una competencia de tiro la razón de los puntos obtenidos por Alberto y Enrique es de 10 a 13. Si en la segunda etapa Alberto acumula 10 puntos más y Enrique solo 4, entonces estarán empatados. ¿Cuántos puntos han acumulado Alberto y Enrique en la primera etapa?

Elementos del conocimiento a evaluar:

1. Determinación de los datos e identificación de las variables.
2. Escribir las ecuaciones.
3. Aplicar el método seleccionado.
4. Aplicar el significado de las operaciones básicas de cálculo.
5. Calcular con seguridad.
6. Visión retrospectiva del proceso.
7. Búsqueda de otras vías de solución.

ANEXO 8

Tabla 8. Resultados de la prueba pedagógica (después de aplicar la propuesta).

Dimensión cognitivo-procedimental

Indicadores	V ₁₁		V ₁₂		V ₁₃		V ₁₄	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
Bien	7	58,3	9	75,0	7	58,3	7	58,3
Regular	2	16,7	1	8,3	2	16,7	3	25,0
Mal	3	25,0	2	16,7	3	25,0	2	16,7

ANEXO 9

Tabla 9. Resultados de la observación (después de aplicar la propuesta)

Dimensión cognitivo-procedimental

Indicadores	V ₁₁		V ₁₂		V ₁₃		V ₁₄	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
Bien	7	58,3	8	66,7	7	58,3	7	58,3
Regular	2	16,7	2	16,7	2	16,7	2	16,7
Mal	3	25,0	2	16,7	3	25,0	3	25,0

Dimensión motivacional

Indicadores	V ₂₁		V ₂₂	
	FA	%	FA	%
Bien	10	83,3	9	75,0
Regular	1	8,3	2	16,7
Mal	1	8,3	1	8,3

ANEXO 10

Tabla 10. Base de datos con los valores de los indicadores en la etapa final por alumno de la muestra.

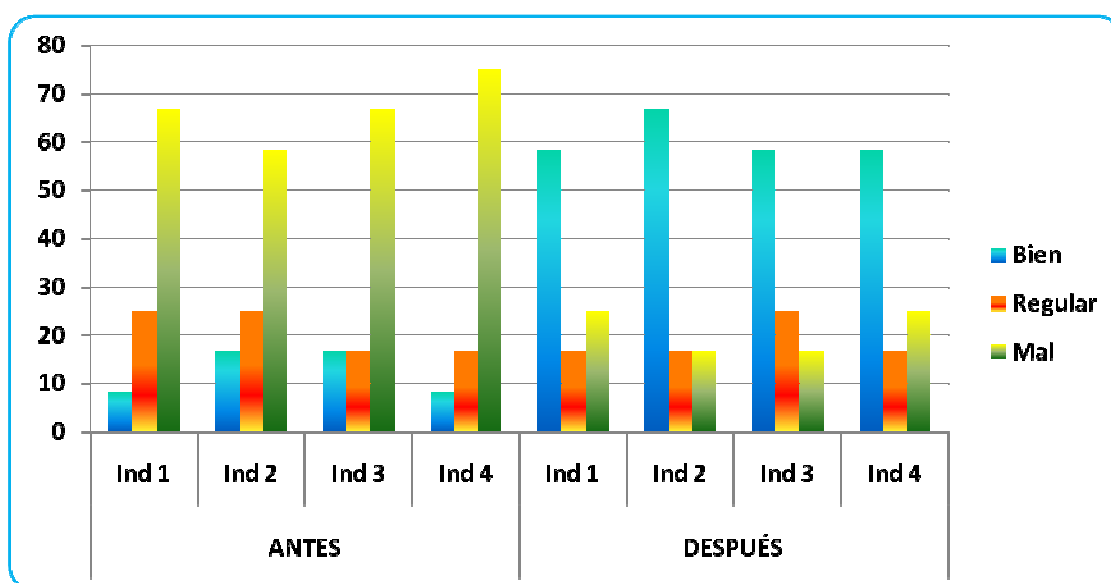
Nro	Dimensión 1					Dimensión 2		
	V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄	Eval Gral	V ₂₁	V ₂₂	Eval Gral
1	R	B	R	R	R	B	B	B
2	B	B	B	B	B	B	B	B
3	M	M	M	R	M	M	M	M
4	B	B	B	B	B	B	B	B
5	R	B	R	M	R	B	B	B
6	M	B	R	B	R	B	R	R
7	B	B	B	B	B	B	B	B
8	B	M	M	M	M	R	R	R
9	B	R	B	B	B	B	B	B
10	B	R	B	B	B	B	B	B
11	B	B	B	R	B	B	B	B
12	M	B	B	B	B	B	B	B

ANEXO 11

Tabla 11. Estado comparativo correspondiente a la dimensión **cognitivo-procedimental**.

Comparación entre los resultados del pre test y post test. (%)							
Dimensión e indicadores		Antes de aplicar la propuesta			Después de aplicar la propuesta		
		Bien	Regular	Mal	Bien	Regular	Mal
D1	V ₁₁	8,3	25,0	66,7	58,3	16,7	25,0
	V ₁₂	16,7	25,0	58,3	66,7	16,7	16,7
	V ₁₃	16,7	16,7	66,7	58,3	25,0	16,7
	V ₁₄	8,3	16,7	75,0	58,3	16,7	25,0

Gráfico 1. Estado comparativo correspondiente a la dimensión **cognitivo-procedimental** antes y después de la implementación de la propuesta.



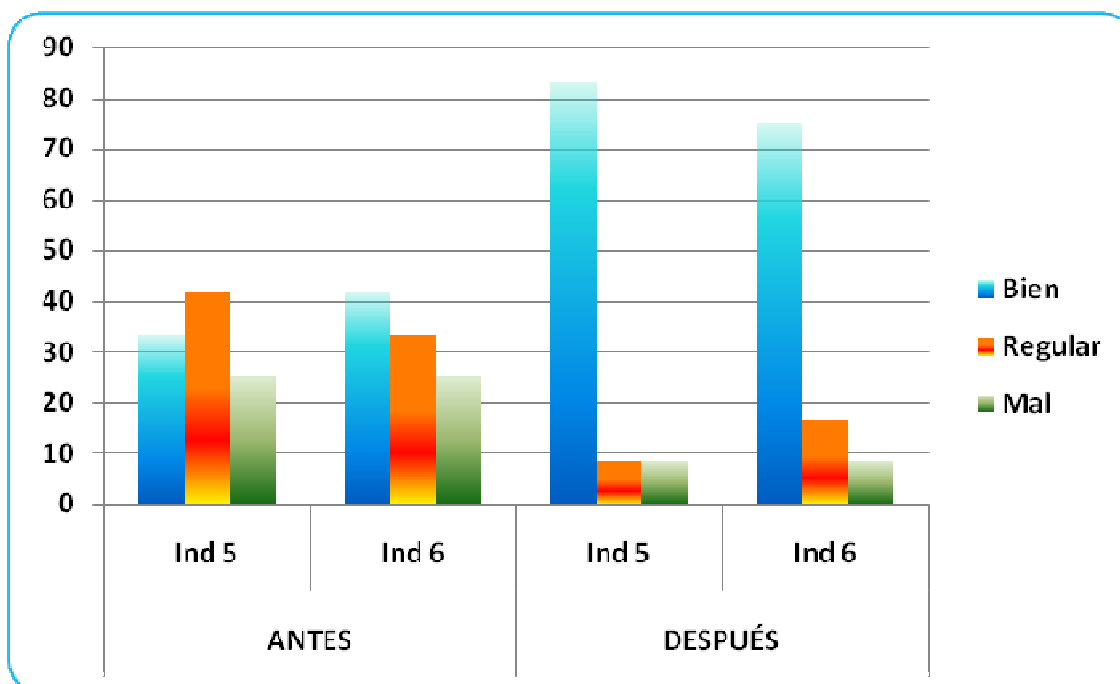
Fuente: Tabla 11.

ANEXO 12

Tabla 12. Estado comparativo correspondiente a la dimensión **motivacional**.

Comparación entre los resultados del pre test y post test. (%)							
Dimensión e indicadores		Antes de aplicar la propuesta			Después de aplicar la propuesta		
		Bien	Regular	Mal	Bien	Regular	Mal
D2	V ₂₁	33,3	41,7	25,0	83,3	8,3	8,3
	V ₂₂	41,7	33,3	25,0	75,0	16,7	8,3

Gráfico 2. Estado comparativo correspondiente a la dimensión **motivacional** antes y después de la implementación de la propuesta.



Fuente: Tabla 12.